1 Energi Potensial Listrik

Pada kuliah sebelumnya, telah dibahas besaran-besaran gaya dan medan elektrostatik yang timbul akibat benda bermuatan. Gaya dan medan elektrostatik merupakan besaran vektor, sehingga operasi matematis yang terkait dengan besaran-besaran tersebut haruslah mengikuti aturan vektor. Perhitungan (dan pengukuran) terhadap besaran vektor seringkali tidak sederhana, karena kita harus mempertimbangkan aspek besar dan arah dari besaran tersebut sekaligus. Akan lebih mudah jika ada suatu besaran skalar yang dapat mewakili kedua besaran vektor tersebut.

Besaran skalar yang dimaksud adalah *potensial* listrik. Sebelumnya kita telah menggunakan kata potensial ini saat membahas energi potensial gravitasi dan energi potensial pegas. Saat seseorang memindahkan sebuah buku bermassa m dari permukaan lantai ke atas meja setinggi h, maka orang tersebut harus mengerjakan gaya konstan ke atas sebesar $F_{orang} = mg$ yang melawan gaya berat buku. Usaha yang dilakukan oleh orang untuk mengangkat buku setinggi h adalah

$$W_{orang} = \int_{awal}^{akhir} \vec{F}_{orang} \cdot d\vec{r} = \int_0^h mg\ dy = mgh, \tag{1}$$

sedangkan usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah

$$W_{gravitasi} = \int_{awal}^{akhir} \vec{F}_{gravitasi} \cdot d\vec{r} = -\int_0^h mg\ dy = -mgh. \tag{2}$$

Perhatikan bahwa tanda negatif pada usaha oleh gaya gravitasi muncul karena arah gaya gravitasi berlawanan dengan arah perpindahan buku. Dari kedua persamaan di atas, terlihat bahwa $W_{orang} = -W_{gravitasi}$. *Beda energi potensial* gravitasi yang dimiliki oleh buku setelah berada di atas meja dengan saat berada di lantai didefinisikan sebagai usaha yang dilakukan <u>orang</u> untuk memindahkan buku dari lantai ke atas meja,

$$\Delta U = U_{meja} - U_{lantai} = W_{orang} = -W_{gravitasi}. \tag{3}$$

Jika lantai dianggap sebagai *acuan* maka energi potensial benda-benda yang berada di lantai bernilai nol, sehingga persamaan di atas memberikan $U_{meja} = -W_{gravitasi}$. Jadi *energi potensial gravitasi buku di atas meja sama dengan <u>negatif</u> dari usaha oleh gaya gravitasi untuk memindahkan buku tersebut dari suatu acuan ke meja.*

Energi potensial listrik didefinisikan dengan cara serupa:
Beda energi potensial listrik suatu muatan saat berada di titik B dengan saat berada titik A adalah negatif dari usaha total yang diperlukan oleh gaya listrik untuk membawa muatan dari A ke titik B.

$$\Delta U = U_B - U_A = -W = -\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}. \tag{4}$$

Misal di suatu tempat terdapat sebuah muatan q_1. Kemudian muatan lain q_2 dibawa dari posisi awal A ke posisi akhir B.Maka, besar usaha yang dilakukan oleh gaya listrik saat proses tersebut adalah

$$W = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \frac{kq_1q_2}{r^2} \hat{r} \cdot dr\ \hat{r} = -kq_1q_2 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right), \tag{5}$$

dengan r_A dan r_B masing-masing menyatakan jarak titik A dan B terhadap muatan q_1. Sehingga, beda energi potensial muatan q_2 saat berada di B dan saat berada di A adalah

$$U_B - U_A = kq_1q_2 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right). \tag{6}$$

Jika kita ingin menjadikan titik A sebagai acuan, maka haruslah diambil kondisi $r_A \to \infty$ (atau titik A haruslah sangat jauh dari q_1). Maka energi potensial listrik yang dimiliki oleh muatan q_2 saat berada di B adalah

$$U_B = \frac{kq_1q_2}{r_B}. \tag{7}$$

2 Potensial Listrik

Sebelumnya, kita telah mendefinisikan medan listrik sebagai suatu besaran yang muncul di sekitar benda bermuatan. Misal kita menempatkan suatu muatan q_1 di suatu tempat. Maka di sekitar muatan tersebut akan timbul medan listrik $\vec{E}_1$. Jika kemudian kita tempatkan muatan q_2 di dekat q_1, maka muatan q_2 akan *berinteraksi* dengan medan $\vec{E}_1$ sehingga mengalami gaya sebesar $\vec{F} = q_2\vec{E}_1$.

Cara serupa dapat kita gunakan untuk mendefinisikan *potensial listrik*. Misal kita simpan q_1 di suatu tempat. Maka daerah di sekitar q_1 akan memiliki potensial sebesar V_1. Jika muatan lain q_2 berada di sekitar q_1, maka muatan q_1 akan memiliki *energi potensial* sebesar $U = q_2V_1$. Lalu, beda energi potensial muatan q_2 saat berada di titik B dengan saat di A adalah $\Delta U = q_2\Delta V_1$, dengan $\Delta V_1 = \big(V_{1(\text{di B})} - V_{1(\text{di A})}\big)$. Dari sini diperoleh

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta U}{q_2}. \tag{8}$$

Dengan mengingat definisi pada persamaan (4), dapat dituliskan

$$\Delta V_1 = -\int_A^B \frac{\vec{F}}{q_2} \cdot d\vec{r} = -\int_A^B \vec{E}_1 \cdot d\vec{r}. \tag{9}$$

Dari persamaan terakhir, kita dapati bahwa potensial adalah integral dari medan. Atau sebaliknya, *medan adalah turunan dari potensial.* Jika kita mengetahui potensial di sekitar muatan, maka kita dapat menentukan medan di sekitar muatan tersebut dengan cara menurunkan fungsi dari potensial tersebut. Karena medan adalah besaran vektor (yang memiliki arah), maka kita membutuhkan *turunan berarah* untuk menentukan medan di daerah yang potensialnya diketahui. Secara matematis, dapat dituliskan

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V, \tag{10}$$

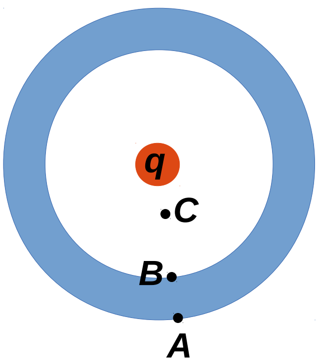
dengan $na\vec{b}la = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$ disebut *operator gradien* dan ∂ menyatakan turunan parsial.

Untuk memperjelas pemahaman tentang hubungan medan dengan potensial, saya berikan ilustrasi sebagai berikut. Anggaplah seorang pendaki gunung memiliki data yang sangat lengkap tentang ketinggian gunung Tangkuban Perahu di setiap titik. Untuk setiap posisi (x, y)-km yang diukur dari satu acuan yang ditetapkannya (misalnya pasar Lembang), terdapat data ketinggian h yang diukur terhadap permukaan laut. Berdasar data ketinggian yang dimilikinya, suatu saat pendaki ingin menentukan kemiringan lereng di titik (0,7)-km (artinya 0 km ke arah timur dan 7 km ke arah utara pasar Lembang). Misal ketinggian untuk titik (0,7)-km adalah 1500 m dan ketinggian titik (0,7.001)-km adalah 1550 m. Maka kemiringan lereng arah utara pada titik di sekitar (0,7)-km adalah 50 m/1 m $= 50$. Kemiringan pada arah tertentu untuk titik-titik yang lain dapat ditentukan dengan cara serupa. Dengan demikian, seorang pendaki gunung yang memiliki fungsi ketinggian $h(x, y)$ dapat menentukan kemiringan lereng di setiap titik.

Fungsi ketinggian gunung pada contoh ini analog dengan fungsi potensial, dan kemiringan lereng analog dengan medan listrik. Kemiringan lereng didapat dari fungsi ketinggian, sedangkan medan listrik didapat dari fungsi potensial listrik. Jika suatu saat pendaki ingin melakukan eksperimen gerak menggelinding di lereng gunung, maka dia dapat menentukan komponen gaya gravitasi yang searah lereng (yang menentukan kecepatan menggelinding benda) setelah mengetahui kemiringan lereng. Demikian juga, kita dapat menentukan gaya listrik (yang berperan terhadap gerakan partikel bermuatan) setelah mendapatkan data medan listrik yang diperoleh dari data potensial listrik.

3 Potensial di Sekitar Muatan Titik yang Terkurung dalam Rongga Konduktor

Pada gambar berikut, sebuah partikel bermuatan q (berwarna oranye) terletak pada titik pusat bola konduktor netral (warna biru). Titik A berada di kulit-luar bola, B di kulit-dalam bola, dan C di rongga dalam bola.



Medan listrik dan potensial di seluruh daerah di sekitar bola tersebut dapat ditentukan sebagai berikut:

Medan listrik

Medan listrik di seluruh ruang dapat ditentukan menggunakan hukum Gauss,

- daerah di rongga bola ($r < r_B$, dengan r_B jejari-dalam bola),

$$\oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}, \tag{11}$$

- daerah di dalam konduktor ($r_B < r < r_A$, dengan r_B jejari-luar bola),

$$\oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow E_2 = 0, \tag{12}$$

- daerah di luar bola ($r > r_A$),

$$\oint \vec{E}_3 \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \tag{13}$$

Potensial

Karena titik acuan untuk potensial listrik berada di titik yang sangat jauh ($r \to \infty$), maka penentuan potensial di seluruh ruang akan lebih mudah jika dilakukan "dari luar ke dalam" bola,

- daerah di luar bola ($r > r_A$),

$$V(r) = -\int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^r E_3 dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \tag{14}$$

- daerah di dalam konduktor ($r_B < r < r_A$),

$$V(r) = -\int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^{r_A} E_3 dr - \int_{r_A}^r E_2 dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_A}, \tag{15}$$

- daerah di dalam rongga ($r < r_B$)

$$\begin{aligned} V(r) &= -\int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^{r_A} E_3 dr - \int_{r_A}^{r_B} E_2 dr - \int_{r_B}^r E_1 dr \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_A} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_B}\right). \end{aligned} \tag{16}$$