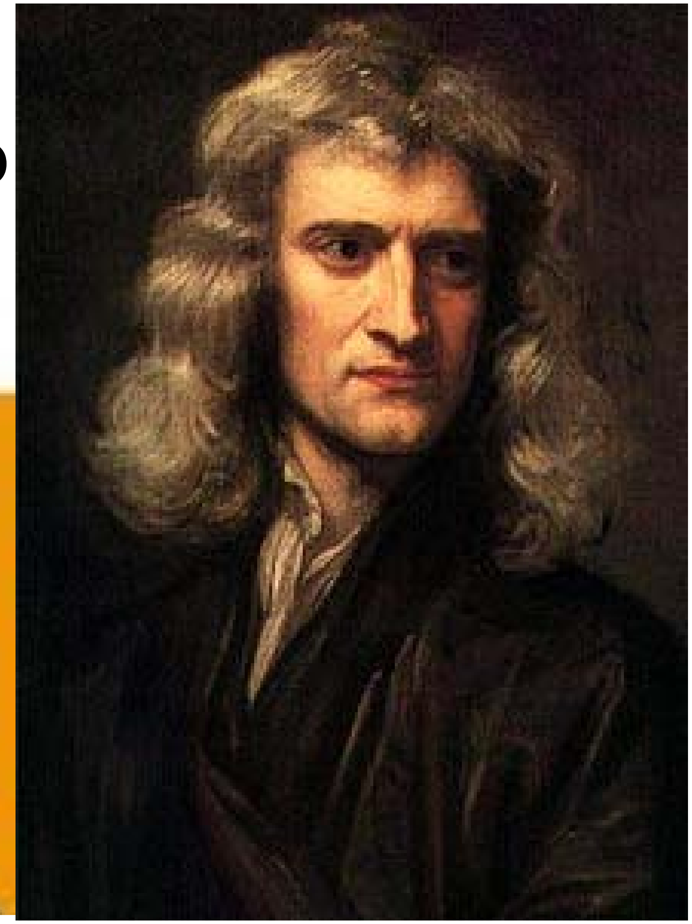
MA1101 MATEMATIKA 1A

Hendra Gunawan

Semester I, 2013/2014

28 Agustus 2013

Siapakah Ini?



Hendra Gunawan

- Gedung Labtek III, Lt. 2, R. 208
- Tel. 2502545 Pes. 208
- E-mail hgunawan@math.itb.ac.id
- Website http://personal.fmipa.itb.ac.id/hgunawan/
- Twitter @hgunawan82

Silabus MA1101

1. Bilangan Real, Pertaksamaan, Fungsi
2. Limit dan Kekontinuan
3. Turunan
4. Aplikasi Turunan
5. Integral
6. Aplikasi Integral
7. Fungsi Transenden

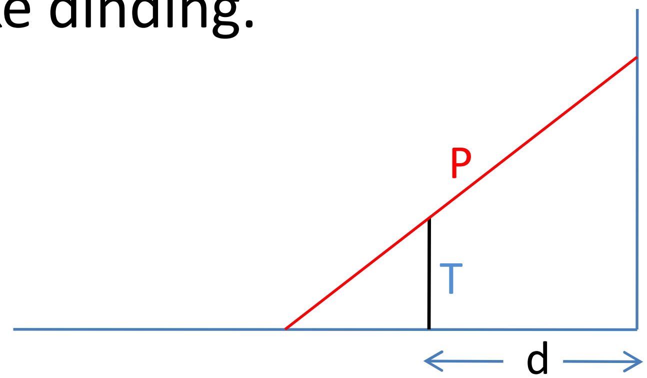
Tujuan Umum Pembelajaran

Dengan mengikuti kuliah ini, mahasiswa diharapkan memiliki:

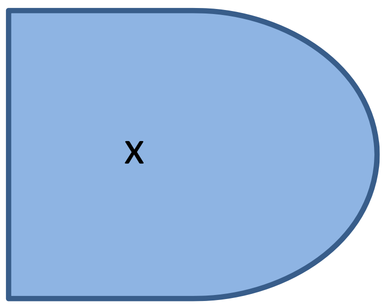
1. Keterampilan teknis baku yang didukung oleh konsep, rumus, metode, dan penalaran yang sesuai;
2. Pola berpikir yang kritis, logis, dan sistematis, serta kreativitas dalam pemecahan masalah yang terkait dengan matematika, khususnya kalkulus;
3. Kemampuan membaca dan menggunakan informasi secara mandiri dari sumber-sumber belajar, khususnya buku teks, untuk dapat menyelesaikan permasalahan terkait;
4. Kemampuan mengkomunikasika hasil pemikiran dan pekerjaannya baik secara lisan maupun tulisan.

CONTOH PERMASALAHAN

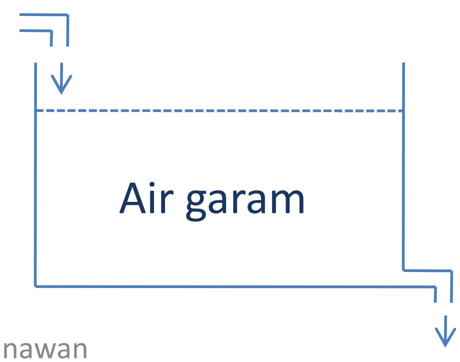
Tentukan panjang tangga terpendek yang menghubungkan lantai ke dinding.



Bila keping berbentuk seperti di bawah ini akan digantung dengan menggunakan tali, di titik x manakah ia digantung supaya ia terjaga horisontal?



Bila tanki dialiri air garam dan pada saat yang sama larutan mengalir ke luar dari tanki tsb, berapakah kadar garam pada larutan tsb setelah sekian lama?



Ujian, Kuis dan PR

- Ujian I dan II (25 Okt dan 6 Des 2013), @45%
- PR/Tugas, Kuis, dan Keaktifan di Kelas, total 10%

Nilai Akhir dinyatakan dalam huruf:

$A \geq 80$; $73 \leq AB < 80$; $65 \leq B < 73$; dst

Bila belum lulus, ada:

- Ujian Reevaluasi (16 Des 2013)

PERTANYAAN?

Sasaran Kuliah Hari Ini

0.1 Bilangan Real, Estimasi, dan Logika

Memahami bilangan real dan membuat pernyataan matematika (khususnya implikasi) yang benar

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

Menyelesaikan pertaksamaan (satu peubah), termasuk yang melibatkan nilai mutlak

MA1101 MATEMATIKA 1A

0.1 BILANGAN REAL, ESTIMASI, DAN LOGIKA

Bilangan Real

Bilangan **real** adalah semua bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk **desimal**

$$A_n \ldots A_1A_0,b_1b_2b_3 \ldots$$

Bentuk desimal yang *berhenti* atau *berulang* menyatakan bilangan **rasional**, misalnya:

$$0,5 = ½$$

$$0,333333 \ldots = 1/3.$$

Bentuk desimal yang tak berhenti dan tak berulang menyatakan bilangan **irasional**, misalnya:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623 \ldots$$

$$\Pi = 3,1415926535 \ldots .$$

Bilangan Real

Himpunan bilangan real (**R**) memuat **himpunan bilangan rasional** (**Q**), yang memuat **himpunan bilangan bulat** (**Z**)

$$\mathbf{Z} = \{ \ldots , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots \}$$

dan **himpunan bilangan asli** (**N**)

$$\mathbf{N} = \{ 1, 2, 3, \ldots \}.$$

Dalam hal ini,

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}.$$

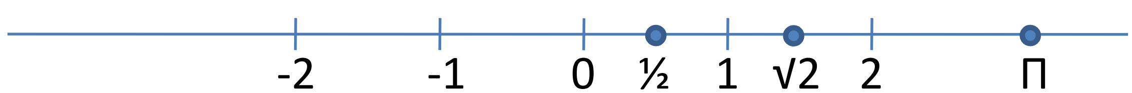
Selanjutnya, **R** merupakan *himpunan semesta* kita.

Bilangan Real

Sistem bilangan real **R** dengan operasi *pen-jumlahan* + dan *perkalian* × padanya memenuhi:

- **sifat aljabar** (komutatif, asosiatif, distributif, ...).
- **sifat urutan** (hukum trikotomi, transitif, ...) yang melibatkan lambang <, =, >.
- **sifat kelengkapan**, yaitu bahwa **R** 'merupakan' garis yang "tak berlubang".

Garis Bilangan Real sebagai representasi **R**:



Estimasi

Dalam perhitungan, estimasi sering dilakukan.

Sebagai contoh:

- $\Pi \approx 3{,}14$
- $\sqrt{2} \approx 1{,}4$
- $2^{10} \approx 1000$

Logika

Dalam berargumentasi, kita akan sering meng-gunakan kalimat "*Jika* ... , *maka* ..."

Ingat **Tabel Kebenaran** "P → Q" (baca: "Jika P, maka Q").

P	Q	P → Q
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Latihan

1. Bilangan mana yang lebih besar?
   a. $22/7$ atau $3,14$?
   b. 2^{10} atau 1000?
2. Benar/Salah kalimat berikut?
   a. Jika $x > 1$, maka $x^2 > 1$.
   b. Jika $x^2 > 1$, maka $x > 1$.

MA1101 MATEMATIKA 1A

0.2 PERTAKSAMAAN DAN NILAI MUTLAK

0.2 Pertaksamaan dan Nilai Mutlak

Kalimat $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ merupakan suatu **ketaksamaan** yang benar.

Kalimat $1/x < \frac{1}{2}$ merupakan **pertaksamaan** atau ketaksamaan yang kebenarannya masih "terbuka": ia bisa benar, bisa juga salah; tergantung pada nilai x yang dipilih.

Menyelesaikan suatu pertaksamaan dalam x berarti menentukan himpunan *semua* nilai x yang "memenuhi" pertaksamaan tsb.

Notasi Selang

$(a,b) := \{ x \mid a < x < b \}$

$[a,b] := \{ x \mid a \leq x \leq b \}$

$[a,b) := \{ x \mid a \leq x < b \}$

$(a,b] := \{ x \mid a < x \leq b \}$

$(-\infty,b) := \{ x \mid x < b \}$

$(-\infty,b] := \{ x \mid x \leq b \}$

$(a,\infty) := \{ x \mid a < x \}$

$[a,\infty) := \{ x \mid a \leq x \}$

$(-\infty,\infty) := \mathbf{R}$

Menyelesaikan Pertaksamaan

Contoh: Selesaikan pertaksamaan 1/x < ½.

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x}{2x} < 0$$

$$\Leftrightarrow (2-x)(2x) < 0$$

$$\Leftrightarrow x < 0 \quad atau \quad x > 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah
HP = (-∞,0) U (2,∞).

Nilai Mutlak

Nilai mutlak $|x|$ menyatakan "jarak" dari 0 ke x pada garis bilangan real.

$$|x| := x, \text{ jika } x > 0$$
$$:= 0, \text{ jika } x = 0$$
$$:= -x, \text{ jika } x < 0.$$

Sifat: $|a.b| = |a|.|b|$ $\quad$ $|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$

$|a+b| \le |a|+|b|$ $\quad$ $|x|^2 = x^2$

Latihan

Selesaikan pertaksamaan berikut:

1. $x + 1 < 2/x$.
2. $|x - 3| < |x + 1|$.