

MA1101 MATEMATIKA 1A

Hendra Gunawan

Semester I, 2013/2014

23 Oktober 2013

Latihan (Kuliah yang Lalu)

1. Tentukan fungsi $y = f(x)$ sedemikian sehingga $f'(x) = 3x^2 + 1$ dan $f(1) = 4$.
2. Diketahui suatu persamaan kurva melalui titik $(0,3)$ dan mempunyai turunan x/y di setiap titik (x,y) yang dilaluinya. Tentukan persamaan kurva tersebut.
3. Sebuah benda jatuh dari ketinggian 80 m dengan kecepatan awal -5 m/s . Tentukan kecepatan dan ketinggiannya pada saat $t = 1 \text{ s}$.

Sasaran Kuliah Hari Ini

4.1.1 Notasi Sigma

Memahami notasi sigma dan menentukan jumlahan yang diberikan dalam notasi sigma.

4.1.2 Luas Daerah di Bawah Kurva

Menghitung luas daerah di bawah suatu kurva sederhana (baik sebagai hampiran maupun secara eksak).

MA1101 MATEMATIKA 1A

4.1.1 NOTASI SIGMA

Memahami notasi sigma dan menentukan jumlahan yang diberikan dalam notasi sigma.

Notasi Sigma

Penjumlahan deret n bilangan $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ dilambangkan dengan notasi sigma

$$\sum_{i=1}^n a_i$$

Sebagai contoh,

$$\sum_{i=1}^5 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2.$$

Teorema (Kelinearan Sigma)

$$\sum_{i=1}^n k \cdot a_i = k \sum_{i=1}^n a_i; \quad \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i.$$

Beberapa deret khusus (dengan indeks i berjalan dari 1 sampai dengan n), a.l.:

$$\sum i = 1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2.$$

$$\sum i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(2n + 1)/6.$$

$$\sum i^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = n^2(n + 1)^2/4.$$

Deret pertama merupakan deret aritmetika n bilangan dengan suku pertama 1 dan beda 1. Pembuktian rumus deret kedua diberikan di papan tulis.

Latihan

1. Buktikan rumus deret berikut:

$$\sum i^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = n^2(n + 1)^2/4.$$

MA1101 MATEMATIKA 1A

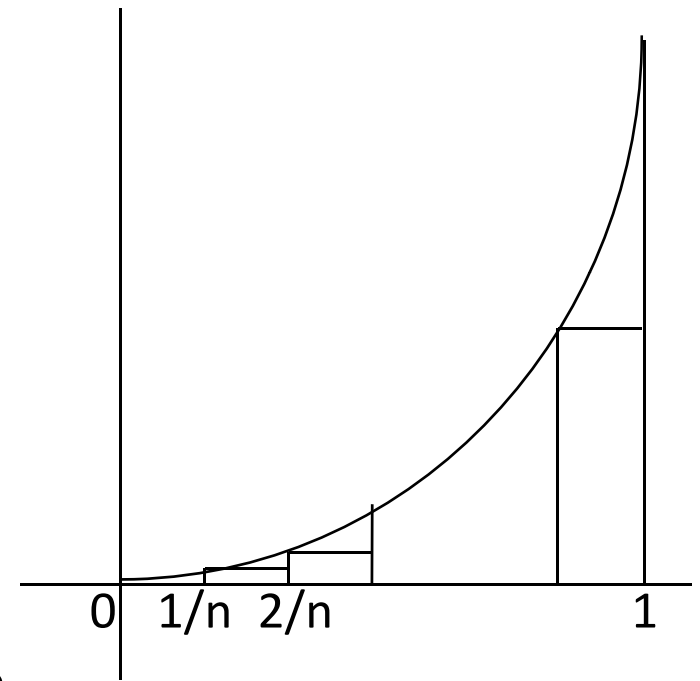
4.1.2 LUAS DAERAH DI BAWAH KURVA

Menghitung luas daerah di bawah suatu kurva sederhana (baik sebagai hampiran maupun secara eksak).

Luas Daerah di Bawah Kurva

Misalkan kita ingin menghitung luas daerah di bawah kurva $y = f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 1$. Pertama, bagi selang $[0,1]$ atas n selang bagian yang sama panjangnya. Lalu, luas daerah tersebut (L) kita hampiri dengan jumlah luas n persegi-panjang di bawah kurva, yakni

$$L \approx \frac{1}{n} \left[0^2 + \frac{1^2}{n^2} + \frac{2^2}{n^2} + \dots + \frac{(n-1)^2}{n^2} \right].$$



Perhatikan bahwa deret di ruas kanan dapat kita tulis ulang sebagai

$$\frac{1}{n^3} \left[1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 \right]$$

yang jumlahnya

$$\frac{(n-1)n(2n-1)}{6n^3}.$$

Jadi, kita kita peroleh hampiran

$$L \approx \frac{(n-1)n(2n-1)}{6n^3} := L_n.$$

Dari sini kita amati bahwa $L_n \approx 1/3$ bila n cukup besar. Jadi, kita dapat menduga bahwa luas daerah yang sedang kita cari adalah $1/3$. **[Apakah luasnya = $1/3$??]**

Latihan

1. Taksirlah luas daerah di bawah kurva $y = f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 1$, dengan luas sejumlah persegi-panjang di atas kurva. Dengan hasil ini dan hasil sebelumnya, simpulkan bahwa luas daerah di bawah kurva tersebut mestilah sama dengan $1/3$.
2. Tentukan luas daerah di bawah kurva $y = g(x) = x^3$, $0 \leq x \leq 1$, dengan terlebih dahulu menaksirnya dengan luas sejumlah persegi-panjang di bawah dan di atas kurva.