

# **MA1201 MATEMATIKA 2A**

**Hendra Gunawan**

Semester II, 2013/2014

29 Januari 2014

# Kuliah yang Lalu

## 7.3 Integral Trigonometrik

Menghitung beberapa integral trigonometrik

## 7.4 Teknik Substitusi yang Merasionalkan

Menghitung integral dengan teknik substitusi yang merasionalkan

# Sasaran Kuliah Hari Ini

## **7.5 Integral Fungsi Rasional**

Menghitung integral fungsi rasional dengan menggunakan pecahan parsial

## **7.6 Strategi Pengintegralan**

Mengetahui apa yang harus dilakukan bila dihadapkan pada suatu bentuk integral

MA1201 MATEMATIKA 2A

# 7.5 INTEGRAL FUNGSI RASIONAL

# Menghitung Integral Fungsi Rasional

Fungsi rasional adalah hasil bagi dua fungsi polinom. Secara umum, fungsi rasional dapat dituliskan sebagai

$$f(x) = P(x) + \frac{R(x)}{Q(x)},$$

dengan P, Q dan R polinom, dan derajat R < derajat Q. Integral dari P(x) dapat diperoleh dengan mudah. Karena itu, untuk menghitung integral dari f(x), kita perlu mengetahui bagaimana menghitung integral dari R(x)/Q(x).

# Contoh/Latihan

1. Tentukan  $\int \frac{x+1}{x^2+1} dx$

Jawab:

$$\begin{aligned}\int \frac{x+1}{x^2+1} dx &= \int \frac{x}{x^2+1} dx + \int \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \tan^{-1} x + C.\end{aligned}$$

2. Tentukan  $\int \frac{x^2 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$   
Jawab:

# Dekomposisi atas Faktor Linear

3. Misalkan kita hendak menghitung  $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$ .

Perhatikan bahwa

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{\frac{1}{2}}{x - 1} - \frac{\frac{1}{2}}{x + 1}.$$

Jadi

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x^2 - 1} dx &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{x - 1} dx - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x + 1} dx \\ &= \frac{1}{2} \ln |x - 1| - \frac{1}{2} \ln |x + 1| + C. \end{aligned}$$

4. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x+1)} dx$

*Petunjuk:* Tuliskan  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$  dan carilah nilai  $A$  dan  $B$  yang memenuhinya.

5. Tentukan  $\int \frac{2x-2}{x(x+1)(x+2)} dx$

Jawab:

6. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x^2 + 1)} dx$

*Petunjuk:* Tuliskan  $\frac{1}{x(x^2 + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$  dan carilah nilai  $A$ ,  $B$  dan  $C$  yang memenuhinya.

7. Tentukan  $\int \frac{1}{x(x^2 + 2x + 5)} dx$

8. Tentukan  $\int \frac{1}{x^2(x+1)} dx$

*Petunjuk:* Tuliskan

$$\frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$$

carilah nilai  $A$ ,  $B$  dan  $C$  yang memenuhinya.

9. Tentukan  $\int \frac{1}{x^3 - 1} dx$

*Petunjuk:* Faktorkan dahulu  $x^3 - 1$ .

# Persamaan Diferensial Logistik

Pada semester I, kita membahas persamaan diferensial  $y' = ky$  yang terkait dgn pertumbuhan suatu populasi  $y = y(t)$ . Di sini kita mengasumsikan bahwa ruang tidak terbatas, sehingga populasi dapat bertumbuh terus (tak terbatas). Bila ruang terbatas, maka ada kapasitas maksimum  $L$ , dan persamaan diferensialnya menjadi  $y' = ky(L - y)$ , yang dikenal sebagai **persamaan diferensial logistik**.

10. Suatu populasi bertumbuh sesuai dgn persamaan logistik  $y' = 0.01y(250 - y)$ . Populasi awal diketahui 100. Tentukan populasi pada saat  $t = 5$ .

Jawab:

MA1201 MATEMATIKA 2A

# 7.6 STRATEGI PENGINTEGRALAN

Berbeda dengan turunan, tidak ada aturan pengintegralan yang berlaku secara umum.

Bila kita dihadapkan pada suatu bentuk integral tak tentu maka yang dapat kita lakukan adalah:

1. Coba hitung integral tsb dgn **teknik substitusi**, bila ada substitusi yg dpt mengubah integral tsb ke salah satu bentuk baku yang kita kenal.
2. Bila teknik substitusi gagal, coba hitung integral tsb dengan **pengintegralan parsial**.
3. Bila integral mengandung bentuk akar, coba **substitusi yang merasionalkan**.
4. Jika integrannya merupakan fungsi rasional, hitunglah integralnya dengan mendekomposisi integrannya atas faktor-faktor linear dan/atau kuadratnya.

# Contoh/Latihan

1. Tentukan  $\int xe^{2x} dx$

Jawab:

2. Tentukan  $\int \frac{\ln x}{x} dx$

Jawab:

3. Tentukan  $\int x\sqrt{x+1}.dx$

Jawab:

4. Tentukan  $\int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x} dx$

Jawab:

5. Tentukan  $\int \frac{dx}{9-16x^2}$

Jawab:

**PR.** Tentukan  $\int \frac{x}{5x^4 - 11} dx$