

PR I MA5034 TOPIK DALAM ANALISIS

Februari 2009

1. Tentukan deret Fourier dari fungsi f yang di definisikan sebagai berikut:

$$f(\theta) = \begin{cases} -1, & \text{jika } -\pi < \theta < 0, \\ 0, & \text{jika } \theta = 0, \\ 1, & \text{jika } 0 < \theta \leq \pi; \end{cases}$$

dan $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)$ untuk setiap $\theta \in \mathbf{R}$.

Solusi: Deret Fourier dari f adalah

$$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\theta}{2n-1}.$$

2. Dengan menggunakan deret Fourier dari suatu fungsi yang tepat, buktikan bahwa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Solusi: Gunakan deret Fourier dari fungsi f dengan $f(\theta) = \theta^2$, $-\pi < \theta \leq \pi$, dan $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)$ untuk $\theta \in \mathbf{R}$; dan hitung nilainya di $\theta = \pi$.