

UJIAN I

MA5034 Topik dalam Analisis

Pengantar Analisis Fourier dan Teori Aproksimasi

Selasa, 31 Maret 2009

09:10–10.50 (100 menit)

Dosen: Hendra Gunawan, Ph.D.

Ujian ini terdiri dari 4 soal, dengan bobot nilai yang sama.
Kerjakan soal yang anda anggap lebih mudah terlebih dahulu.

Soal 1. Diketahui $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dengan

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq \frac{1}{2}, \\ 1 - x, & \frac{1}{2} < x < 1. \end{cases}$$

Dengan meninjau perluasan ganjil dari f pada $[-1, 1]$, tentukan deret Fourier-nya. Jelaskan apakah deret Fourier tersebut konvergen ke f di setiap titik.

Soal 2. Uraikan apa yang anda ketahui tentang Fenomena Gibbs.

Soal 3. Diketahui $(H, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ ruang Hilbert, dan $\{e_n\}$ himpunan ortonormal di H . Buktikan bahwa, untuk setiap $x \in H$, deret $\sum \langle x, e_n \rangle e_n$ senantiasa konvergen. Secara umum, apa hubungan antara x dan deret ini?

Soal 4. Misalkan $f, g \in L^1(\mathbb{R})$. Buktikan bahwa

$$\int_{\mathbb{R}} f(x)\widehat{g}(x) dx = \int_{\mathbb{R}} \widehat{f}(x)g(x) dx.$$