

**MA2111 PENGANTAR MATEMATIKA**  
**Semester I, Tahun 2015/2016**

**Hendra Gunawan**

# Intro: Apa itu Matematika?

Matematika adalah .....

# Archimedes & Lingkaran

- Archimedes mempelajari lingkaran. Ia berhasil membuktikan bahwa luas lingkaran sama dengan setengah keliling kali jari-jari lingkaran tersebut. Archimedes juga membuktikan bahwa rasio keliling : diameter lingkaran kira-kira sama dengan  $22/7$ .
- Di SD-SMA, anda mengerjakan soal hitung-hitungan luas dan keliling lingkaran. Apakah anda sudah *ber-matematika*?

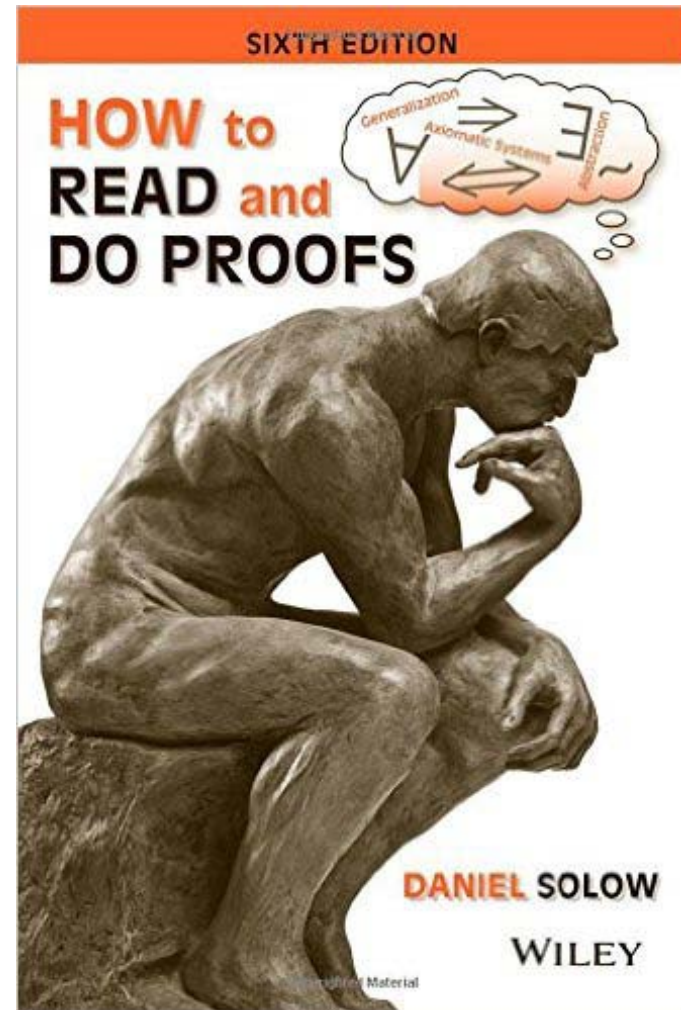
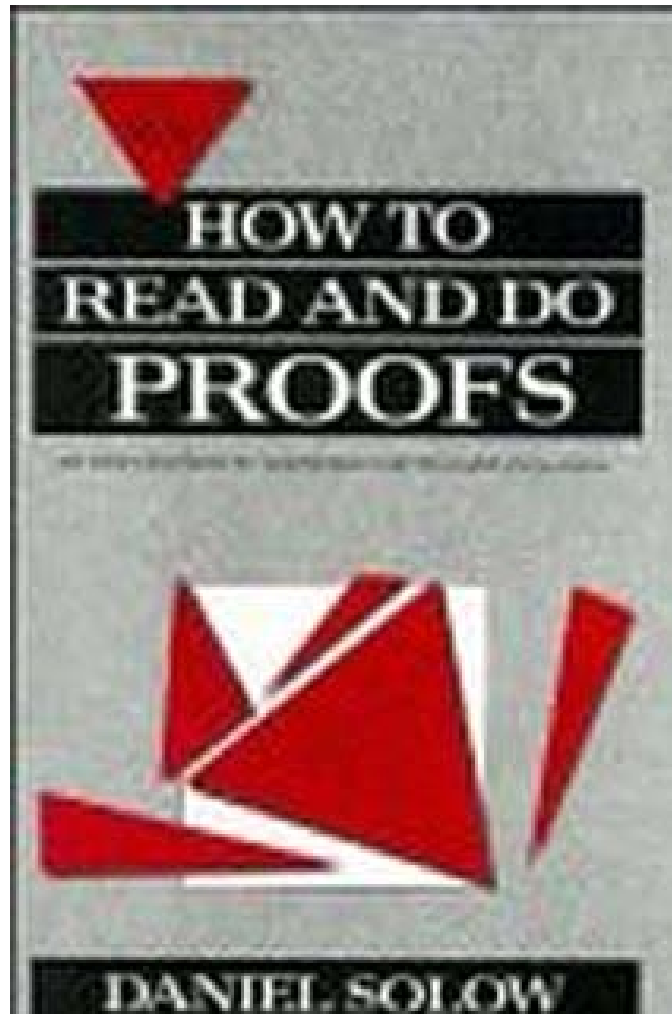
# Tentang Matematika & Tujuan Kuliah

- Matematika mempelajari gagasan (*ideas*) dan mencari kebenaran (*truths*) berlandaskan pada logika (*logics*) dan pembuktian (*proofs*).
- Untuk belajar matematika perlu memahami bagaimana pembuktian dalam matematika dilakukan.
- Bukti dalam matematika merupakan cara matematikawan mengkomunikasikan suatu kebenaran matematika kepada orang lain yang juga memahami 'bahasa' matematika.
- Dalam kuliah ini kita akan mempelajari 'tata bahasa' matematika tsb.

# Materi Kuliah

1. Bukti dan Pembuktian
2. Metode Maju – Mundur
3. Definisi dan Istilah Matematika
4. Kuantor I: Metode Konstruksi
5. Kuantor II: Metode Memilih
6. Kuantor III: Induksi
7. Kuantor IV: Spesialisasi
8. Kuantor V: Kuantor Bersarang
9. Metode Kontradiksi dan Kontraposisi

# BUKU RUJUKAN



# Evaluasi

- UTS = 30%
- UAS = 50%
- PR+Kuis = 20%

Nilai Akhir:

$100 \geq A \geq 80 > AB \geq 73 > B \geq 65 > BC \geq 57 > C \geq 50$

# Bukti (1)

Dalam matematika, pernyataan adalah suatu kalimat yg **ATAU benar** **ATAU salah** . Misalnya:

- $1 \neq 0$ .
- Dua garis (pada bidang) yang tidak sejajar mestilah berpotongan tepat di sebuah titik.
- $x + y = 5$ .
- Terdapat  $t$  sedemikian sehingga  $\cos t = t$ .



# Bukti (2)

- $1 \neq 0$ .
- Dua garis (pada bidang) yang tidak sejajar mestilah berpotongan tepat di sebuah titik.
- $x + y = 5$ .
- Terdapat  $t$  sedemikian shg  $\cos t = t$ .

Perhatikan bahwa kalimat pertama dan kedua benar. Sementara itu kalimat ketiga bisa benar bisa juga salah (tetapi tidak mungkin benar dan salah sekaligus), tergantung pada nilai  $x$  dan  $y$ .

Bagaimana dengan kalimat keempat? Kalimat ini benar, tetapi untuk menerima kebenarannya perlu mengetahui penjelasan atau buktinya.

**Bukti adalah argumen untuk memastikan bahwa suatu kalimat atau pernyataan matematika benar.**

# Bukti (3)

- Bukti dari suatu pernyataan matematika harus mengandung detail yang cukup supaya dapat *diterima* oleh orang lain yang membacanya.
- Detail tersebut dapat berupa definisi atau sifat-sifat yang dipakai, atau pernyataan lain yang telah dibuktikan sebelumnya (termasuk hitung-hitungan yang diterima kebenarannya).

# Implikasi

- Pernyataan mendasar dalam matematika yang sering dijumpai adalah **implikasi**: “Jika P benar, maka Q benar” atau, singkatnya, “Jika P, maka Q” (Notasi:  $P \rightarrow Q$ ).
- P disebut **hipotesis**, Q disebut **kesimpulan**.
- Contoh:  
“Jika hari hujan, maka saya diam di rumah.”  
Di sini,  $P :=$  hari hujan dan  $Q :=$  saya diam di rumah.  
Bila manakah saya dapat dituduh *berbohong*?

# Tabel Kebenaran Implikasi

P	Q	$P \rightarrow Q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Contoh 1: Kalimat “**Jika  $1 = 0$ , maka  $10 = 1$** ” bernilai benar karena hipotesisnya, yaitu  $1 = 0$ , salah. (Kesimpulannya, yaitu  $10 = 1$ , juga salah, tetapi ini tidak berpengaruh karena hipotesisnya salah).

# Catatan & Contoh Lagi

- Dalam implikasi  $P \rightarrow Q$ , kita tidak selalu mengetahui kebenaran  $P$  dan kebenaran  $Q$ , tetapi kita dapat memeriksa kebenaran  $P \rightarrow Q$  dengan memisalkan  $P$  benar, lalu berusaha mendapatkan bahwa  $Q$  juga benar.
- Contoh 2: Periksa apakah kalimat berikut benar.  
“Jika  $x > 1$ , maka  $x^2 > 1$ .”  
Catatan. Berapa nilai  $x$  sesungguhnya tidak kita ketahui, dan tidak perlu kita ketahui!

# SOAL

1. Apakah ekspresi di bawah ini merupakan kalimat atau bukan?

a.  $ax^2 + bx + c = 0$ .

b.  $1 + x + x^2 + x^3$ .

2. Kalimat manakah yang benar?

a. Akar kuadrat dari bilangan bulat manapun selalu merupakan bilangan real tak negatif.

b.  $x < 1$ .

c. Jika  $x^2 < 1$ , maka  $x < 1$ .

# SOAL

3. Jika anda ingin membuktikan bahwa  $P \rightarrow Q$  benar dan anda mengetahui bahwa  $Q$  salah, apakah yang harus anda lakukan? Jelaskan.
4. Misalkan anda ingin membuktikan bahwa  $P \rightarrow Q$  salah. Menurut Tabel Kebenaran Implikasi, apa yang harus anda lakukan?