

MA2111 PENGANTAR MATEMATIKA
Semester I, Tahun 2015/2016

Hendra Gunawan

2

METODE MAJU-MUNDUR (LANJUTAN)

LATIHAN

Buktikan “jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8.”

Bukti: Misalkan n ganjil, atau $n = 2m+1$ untuk suatu bilangan bulat m . Maka, $n^2 = 4m^2 + 4m + 1$, sehingga $n^2 - 1 = 4m(m+1)$. Karena hasil kali dua bilangan bulat berurutan selalu genap, kita peroleh $n^2 - 1 = 4 \cdot 2k = 8k$, untuk suatu bilangan bulat k . Jadi $n^2 - 1$ mestilah habis dibagi 8. [QED]

Jawaban 1

No
Date

① Buktikan jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8.

jawab

n adalah bilangan ganjil, maka $n-1$ dan $n+1$ adalah bilangan genap.

P : n ganjil

P_1 : $(n+1)$ dan $(n-1)$ merupakan bilangan genap

$P_2 = n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$ (perkalian dua bilangan genap)

$P_3 = n^2 - 1 = \text{bilangan genap}$

Q : $n^2 - 1$ habis dibagi 8

Q_1 : $n^2 - 1$ merupakan kelipatan 8

Q_2 : $n^2 - 1$ merupakan bilangan genap

Masih Analisis
Pra-Pembuktian
dan implikasinya
tidak terjaga.

Jawaban 2

1. Buktikan "jika n adalah bilangan ganjil, maka n^2-1 habis dibagi 8"

P : n ganjil

Q : n^2-1 habis dibagi 8

misalkan untuk n bilangan ganjil maka,

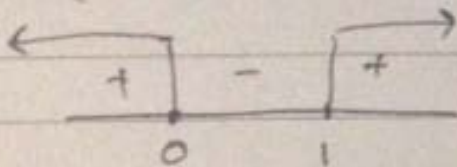
$$n = 2m - 1$$

untuk $m = 1, 2, 3, \dots$

$$\frac{(2m-1)^2 - 1}{8} > 0$$

$$((2m-1)-1)((2m-1)+1) > 0$$

$$(2m-2)2m > 0$$



m

Masih "di Dapur"
(dan SALAH)

Jawaban 3

1) Jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8

P = n bilangan ganjil

Q = $n^2 - 1$ habis dibagi 8.

☞ untuk membuktikan $n^2 - 1$ habis dibagi 8, kita cukup membuktikan bahwa $n^2 - 1 = 8a$, genap.

Dari hipotesis kita punya $\frac{n+1}{2} = a$; dengan a bilangan bulat.

$$\text{atau } n+1 = 2a.$$

$$(n^2 - 1) = 8a$$

$$(n+1)(n-1) = 8a$$

$$(n-1) = 4 = \text{terbukti}$$

↓
ganjil

Masih "mentah"
(dan SALAH)

Jawaban 4

① Buktikan "Jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8"

Bukti Proposisi

Untuk membuktikan bahwa $n^2 - 1$ habis dibagi 8, kita cukup membuktikan $n^2 - 1 \geq 8$

Dari hipotesis, kita mempunyai n adalah bilangan ganjil atau $n = \dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots$

Jadi, dibutuhkan n agar $n^2 - 1$ habis dibagi 8 $\{n \mid n \leq -3 \text{ atau } n \geq 3\}$ akibatnya nilai n tidak memenuhi,

Sudah "di Ruang Tamu", tapi SALAH

Jawaban 5

SOAL:

① BUKTIKAN "jika n adalah bilangan ganjil, maka n^2-1 habis dibagi 8"

$P = n$ ganjil

$Q = n^2-1$ habis dibagi 8.

n dapat di misalkan sebagai $2x+1$ (menggumpalkan nilai ganjil)

$$Q = n^2 - 1 = (2x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x + 1 - 1 = 4x(x+1)$$

Hasil Q akan selalu kelipatan 8. ~~(bukti selesai / Q sudah terbagi 8)~~

✘ Namun jika nilai $n = 1$ dan $n = -1$ hasil $Q = 0$.

maka tidak terbukti bahwa $P \rightarrow Q$

Sudah "di Ruang Tamu", tapi SALAH

Jawaban 6

No. _____
Date _____

Hans Gustaw
10114028

Jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8.

~~Lita~~ Lita harus membuktikan $n^2 - 1 = 8a$ dengan $a \in \mathbb{R}$
 n Lita misalkan $2b + 1$ dengan $b \in \mathbb{R}$

$$n^2 = (2b + 1)^2 = 4b^2 + 4b + 1$$
$$n^2 - 1 = 4b^2 + 4b$$
$$= 4b(b + 1)$$

$b(b + 1)$ pasti ^{adalah} merupakan bilangan genap sehingga bisa Lita tulis ^{slig} $2a$ dengan $a \in \mathbb{R}$

lainnya ~~misal~~ $4b(b + 1) = 4 \cdot 2a = 8a$ dengan $a \in \mathbb{R}$

~~sehingga~~ $\therefore n^2 - 1$ habis dibagi 8. [QED]

Sudah BENAR
namun perlu
disempurnakan
sebelum dibawa
ke "Ruang Tamu".

Jawaban 7

Eland Wigaldi
10119091

1. Buktikan "jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi

8"

Kita asumsikan pernyataan diatas benar dan kita ambil nilai dari bilangan n ganjil adalah $2k - 1$, maka penyelesaiannya menjadi ($k \in \mathbb{N}$):

$$\begin{aligned}n^2 - 1 &= (2k - 1)^2 - 1 \\&= 4k^2 - 4k + 1 - 1 \\&= 4k^2 - 4k \\&= 4k(k - 1)\end{aligned}$$

Karena k adalah bil. bulat maka salah satu dari k atau $k - 1$ pasti dapat dibagi 2 maka $4k(k - 1)$ dapat dibagi oleh 8. Maka terbukti $n^2 - 1$ dapat dibagi 8.

Sudah "di Ruang Tamu" dan BENAR, tinggal disempurnakan

Contoh Jawaban yg Benar & Rapi

Buktikan “jika n adalah bilangan ganjil, maka $n^2 - 1$ habis dibagi 8.”

Bukti: Misalkan n ganjil, atau $n = 2m+1$ untuk suatu bilangan bulat m . Maka, $n^2 = 4m^2 + 4m + 1$, sehingga $n^2 - 1 = 4m(m+1)$. Karena hasil kali dua bilangan bulat berurutan selalu genap, kita peroleh $n^2 - 1 = 4 \cdot 2k = 8k$, untuk suatu bilangan bulat k . Jadi $n^2 - 1$ mestilah habis dibagi 8. [QED]

SOAL

Buktikan pernyataan/implikasi berikut:

1. Jika segitiga XYZ siku-siku dan sama kaki, maka panjang sisi miringnya sama dengan $\sqrt{2}$ kali panjang alasnya.
2. Jika m dan n adalah dua bilangan bulat berurutan, maka $m^2 + n^2 - 1$ habis dibagi 4.
3. Jika a adalah bilangan real positif, maka $a + 1/a \geq 2$.
4. Jika a dan b adalah bilangan real tak negatif, maka $(a + b)/2 \geq (ab)^{1/2}$.