

MA2111 PENGANTAR MATEMATIKA
Semester I, Tahun 2015/2016

Hendra Gunawan

4

KUANTOR I: METODE KONSTRUKSI

Berurusan dengan Kuantor

Pada bab sebelumnya kita telah melihat bahwa mengetahui definisi merupakan bagian penting dalam pembuktian. Pada bab ini dan beberapa bab selanjutnya kita akan membahas beberapa teknik untuk membuktikan pernyataan “jika P , maka Q ” untuk Q tertentu.

Bentuk Q tertentu yang dimaksud adalah bentuk Q yang mengandung kuantor, entah kuantor eksistensial atau kuantor universal.

Berurusan dengan Kuantor Eksistensial

Banyak definisi yang mengandung kuantor eksistensial (kadang secara tersembunyi).

Sebagai contoh:

1. Bilangan r merupakan **bilangan rasional** apabila terdapat bilangan bulat p dan q dengan $q \neq 0$ sedemikian sehingga $r = p/q$.
2. Bilangan bulat n merupakan **bilangan genap** apabila terdapat bilangan bulat k sedemikian sehingga $n = 2k$.

Mengenali Pernyataan yang Mengandung Kuantor Eksistensial (1)

Secara umum, pernyataan berkuantor eksistensial mempunyai struktur: “*terdapat suatu objek dengan sifat tertentu sedemikian sehingga sesuatu berlaku.*”

Contoh 1: Terdapat bilangan bulat $n > 2$ sedemikian sehingga $n^2 - 5n + 6 = 0$.

Objek : bilangan bulat.

Sifat tertentu : $n > 2$.

Sesuatu berlaku : $n^2 - 5n + 6 = 0$.

Mengenali Pernyataan yang Mengandung Kuantor Eksistensial (2)

Contoh 2: Terdapat sudut t sedemikian sehingga $\cos t = t$.

Objek : sudut.

Sifat tertentu : **tidak ada**.

Sesuatu berlaku : $\cos t = t$.

Catatan. Ya, kadang tidak ada sifat tertentu yang harus dipenuhi.

Metode Konstruksi (1)

Ingat definisi bilangan rasional dan bilangan genap. Bila kita ingin membuktikan bahwa suatu bilangan r merupakan bilangan rasional, maka yang harus kita lakukan adalah mencari bilangan bulat p dan q dengan $q \neq 0$ sedemikian sehingga $r = p/q$.

Demikian juga bila kita ingin membuktikan bahwa suatu bilangan bulat n merupakan bilangan genap, maka yang harus kita lakukan adalah menemukan bilangan bulat k sedemikian sehingga $n = 2k$.

Metode Konstruksi (2)

Ide utama **metode konstruksi** adalah mencari atau menemukan objek yang memenuhi sifat tertentu dan menyebabkan sesuatu berlaku. Bagaimana mendapatkannya bisa mudah, bisa juga sulit.

Apa yang harus kita lakukan untuk membuktikan:

Contoh 1: Terdapat bilangan bulat $n > 2$ sedemikian sehingga $n^2 - 5n + 6 = 0$.

Contoh 2: Terdapat sudut t sedemikian sehingga $\cos t = t$.

Contoh 1

Buktikan bahwa terdapat bilangan bulat $n > 2$ sedemikian sehingga $n^2 - 5n + 6 = 0$.

Contoh 2

Dengan menggunakan Kalkulus, buktikan bahwa terdapat sudut t sedemikian sehingga $\cos t = t$.

SOAL

1. Buktikan bahwa terdapat bilangan bulat n sedemikian sehingga $2n^2 - 5n + 3 = 0$.
2. Dengan menggunakan Kalkulus, buktikan bahwa polinom $p(x) = x^5 - 5x + 1$ mempunyai akar positif.
3. Buktikan jika a dan b adalah bilangan real dengan $b^2 \leq 4a$, maka kedua lingkaran $x^2 + y^2 = a$ dan $(x - b)^2 + y^2 = a$ berpotongan.
(Petunjuk. Objek apa yang harus anda temukan, dan hal apa yang harus berlaku.)