

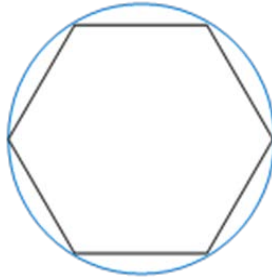
13. EKSISTENSI BILANGAN TRANSENDEN

Geometri dan bilangan merupakan dua hal yang tak terpisahkan bagi matematikawan Yunani Kuno. Melihat bangun berbentuk lingkaran, misalnya, mereka akan berpikir bagaimana menghitung luas dan kelilingnya. Orang Mesir Kuno telah mempunyai rumus luas lingkaran berjari-jari R , yaitu $L = (4/3)^4 R^2$, tetapi orang Yunani Kuno tidak menerimanya begitu saja.

Dengan menggunakan segi- n beraturan, Antiphon (425 SM) menawarkan suatu cara menaksir luas lingkaran dan membuktikan fakta bahwa luas lingkaran memang berbanding langsung dengan kuadrat jari-jarinya, yakni $L = kR^2$ untuk suatu konstanta $k > 0$. Fakta ini kemudian dibuktikan dengan rigor (ketat) oleh Eudoxus (405-355 SM), dengan suatu metode yang bersandar pada konsep ketakterhinggaan (lihat buku "Lingkaran", Graha Ilmu, 2015). Namun, Antiphon dan Eudoxus belum bisa menghitung berapa nilai konstanta k tersebut.

Sekitar satu abad kemudian, Archimedes (287-212 SM) berhasil membuktikan bahwa rumus luas lingkaran berjari-jari R adalah $L = KR^2$ dengan K menyatakan keliling lingkaran berjari-jari $\frac{1}{2}$. Pertanyaannya kemudian: berapa nilai K tersebut? Jelas bahwa $K > 3$. Menurut orang Mesir Kuno, $K = (4/3)^4 \approx 3,16$, sedangkan menurut orang Babilonia $K \approx 3,125$. Adanya beberapa taksiran ini membuat

Archimedes semakin penasaran, berapa sesungguhnya keliling lingkaran berdiameter 1 itu.



Dengan menggunakan segi-6, segi-12, segi-24, segi-48, dan akhirnya segi-96 beraturan, Archimedes memperoleh taksiran $223/71 < K < 22/7$. Pada saat itu ia mungkin bertanya-tanya: bilangan apa pula K ini?

Sekarang keliling lingkaran berdiameter 1 itu dilambangkan dengan π . Setelah mengenal bilangan $\sqrt{2}$, berharap bahwa π merupakan bilangan rasional merupakan sesuatu yang naif. Tetapi, pertanyaan apakah π merupakan bilangan aljabar, atau adakah persamaan orde- n yang salah satu akarnya adalah π , juga sukar dijawab.

Misteri tersebut baru terjawab dua ribu tahun kemudian. Persisnya, pada tahun 1882, matematikawan Jerman bernama Ferdinand von Lindemann membuktikan bahwa π bukan merupakan bilangan aljabar alias bukan merupakan akar dari persamaan orde- n manapun. Bilangan semacam π kemudian disebut sebagai *bilangan transenden*. Nah, ada berapa banyak bilangan transenden itu? ***