

3. PARADOKS LAMPU THOMPSON

Sebagai variasi dari paradoks Zeno dan Aristoteles, ada *paradoks lampu Thompson* yang diperkenalkan oleh James F. Thompson pada 1954.

Misalkan ada sebuah lampu yang menyala pada saat $t = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 0, 2, 4, \dots$ dan mati pada saat $t = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 1, 3, 5, \dots$. Jadi, lampu ini menyala tak terhingga kali dan mati tak terhingga kali pada selang waktu $0 \leq t < 1$. Pertanyaannya kemudian adalah: apakah lampu tersebut menyala atau mati pada saat $t = 1$? Menurut Thompson, lampu tersebut tidak mungkin menyala ataupun mati pada saat $t = 1$ --- suatu paradoks! Tetapi, benarkah ini merupakan suatu paradoks, atau hanya suatu kegamangan dengan ketakterhinggaan?

Mari kita tinjau kasus yang serupa, tetapi sedikit berbeda. Misalkan pada saat $t = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 1, 2, 3, 4, \dots$, lampu selalu menyala. Apakah lampu tersebut menyala pada saat $t = 1$? Bila anda menjawab ya lampu tersebut mestilah menyala, maka anda sebetulnya sedang mengasumsikan bahwa keadaan lampu tersebut, yaitu apakah ia menyala atau mati, sebagai sesuatu yang *kontinu*. Padahal, kita tidak tahu apa-apa tentang hal tersebut. Memangnya apa yang dilanggar bila lampu tersebut mati pada saat $t = 1$?

Lebih ekstrim lagi, misalkan kita tahu bahwa nilai suatu fungsi $f(x)$ sama dengan 1 untuk $0 \leq x < 1$. Berapakah nilai $f(1)$? Apakah harus $f(1)=1$? Ya, harus, kalau kita diberitahu bahwa f kontinu (kiri) di $x=1$. Tetapi, tanpa informasi tentang kekontinuan f di 1, nilai $f(1)$ bisa berapa saja. Memangnya kenapa bila $f(1)=2$? *Tokh* banyak di dunia ini yang tidak kontinu, seperti misalnya ongkos parkir di suatu pusat perbelanjaan.

Dalam Kalkulus, ada contoh ekstrim di mana kita tidak dapat memaksakan kekontinuan sebuah fungsi di suatu titik, sekalipun kita mempunyai kebebasan untuk memilih nilai fungsi di titik tersebut. Tinjau $f(x) = \sin(1/x)$ untuk $x \neq 0$. Di sini f tidak terdefinisi untuk $x = 0$. Bila kita kemudian diminta mendefinisikan nilai f di $x = 0$, berapakah nilai yang akan kita pilih? Bagi anda yang memiliki kecenderungan untuk membuatnya kontinu, anda akan kecewa karena berapapun nilai yang anda pilih, f tidak akan kontinu di 0. Bagi anda yang menyadari bahwa fungsi tidak senantiasa kontinu di setiap titik, anda akan dengan santai memilih nilai $f(0)$ sesuka hati anda.

Jadi, kembali ke lampu Thompson, apakah lampu tersebut menyala atau mati pada saat $t = 1$, saya akan menjawab: mati. Mengapa? Mengapa tidak! Lampu tersebut sudah kelelahan menyala dan mati secara bergantian tak terhingga kali, *hiks!* ***