4. BALAPAN KATAK THOMPSON

Apa yang terjadi dengan lampu Thompson dapat dinyatakan sebagai barisan pasangan terurut (t_n, x_n), $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, dengan bilangan pertama $t_n := 1 - 1/2^n$ menyatakan waktu ke-n dan bilangan kedua $x_n := ½[1 + (-1)^n]$ menyatakan keadaan lampu pada saat t_n. Perhatikan bahwa $x_n = 1$ untuk n genap dan $x_n = 0$ untuk n ganjil. Sementara $t_n = 1 - 1/2^n$ menuju 1 ketika n menuju tak terhingga, kita mendapatkan bahwa x_n *divergen*, tidak menuju 0 ataupun 1 (ataupun bilangan lainnya) ketika n menuju tak terhingga. Jadi dalam hal ini (t_n, x_n) tidak akan menuju (1, 0) ataupun (1, 1) ketika n menuju tak terhingga. Tetapi siapa juga yang memaksakan bahwa (t_n, x_n) harus *konvergen*?

Sebagai variasi dari paradoks lampu Thompson, sekarang bayangkan ada dua lampu, yang satu berwarna merah dan yang lainnya berwarna kuning. Pada saat $t = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 0, 2, 4, \ldots$, lampu merah menyala sementara lampu kuning mati. Pada saat $t = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 1, 3, 5, \ldots$, lampu merah mati sementara lampu kuning menyala. Bila kita mengasumsikan bahwa keadaan kedua kampu tersebut 'terbawa' ke $t = 1$ ketika n menuju tak terhingga, apa yang terjadi? Kedua lampu tersebut menyala secara bersamaan pada saat $t = 1$. Tidak ada paradoks di sini.

Percobaan dengan kedua lampu tadi serupa dengan balapan di antara dua ekor katak, sebagai berikut. Bayangkan katak A keluar dari tempurung pada waktu $t_0 = 0$ dan menempati posisi $x_0 = 0$, lalu ia diam sejenak di sana, mengamati lintasan balapan. Katak B, yang sejak awal berada dalam tempurung dan mengamati lintasan balapan, langsung melompat ke posisi $x_1 = ½$ pada waktu $t_1 = ½$, lalu ia pun diam sejenak mengatur nafasnya di sana. Pada waktu $t_2 = ¾$, katak A melompat ke posisi $x_2 = ¾$ lalu beristirahat sejenak di sana. Pada waktu $t_3 = 7/8$, katak B melompat ke posisi $x_3 = 7/8$ lalu beristirahat sejenak di sana.

Misalkan itu berlangsung terus sedemikian sehingga pada waktu $t_n = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 0, 2, 4, ...$, posisi katak A adalah $x_n = 1 - 1/2^n$ dan pada waktu $t_n = 1 - 1/2^n$ untuk $n = 1, 3, 5, ...$, posisi katak B adalah $x_n = 1 - 1/2^n$ juga. Ya, mereka saling menyalip secara bergantian, semakin kerap dan selisih jaraknya semakin kecil. Keduanya bergerak menuju $x = 1$ (garis *finish*) dan semakin dekat t_n ke 1, semakin dekat pula posisi mereka ke $x = 1$. Katak manakah yang menang? Hasilnya *draw*, mereka 'sampai' di $x = 1$ pada saat $t = 1$ secara bersamaan, ya *'kan*? Ini bukan sesuatu yang luar biasa. Paradoks? Bukan ah! ***