

6. PARADOKS HOTEL HILBERT

Masih ada satu lagi paradoks terkait ketakterhinggaan yang menarik untuk dibahas, yaitu paradoks Hotel Hilbert, yang diceritakan oleh matematikawan terkemuka **David Hilbert**. Andaikan ada sebuah hotel, namanya Hotel Hilbert, yang mempunyai tak terhingga banyaknya kamar bernomor 1, 2, 3, dan seterusnya. Pada suatu hari, seluruh kamar di hotel tersebut telah terisi penuh, tak ada satu kamar pun yang kosong. Lalu datanglah seorang tamu yang ingin menginap di hotel tersebut. Apa yang harus dilakukan?

Resepsionis hotel menelepon Sang Manajer, meminta saran apakah ia harus menolak dan mengecewakan tamu tersebut, dengan mengatakan bahwa hotel telah terisi penuh, dan memintanya untuk mencari hotel lain? Sang Manajer yang kebetulan seorang matematikawan dengan tenang memberi tahu si resepsionis untuk menerima tamu tersebut. "Kita bisa menyediakan kamar untuknya; Ia bisa menginap di hotel kita hari ini juga!"

"Tetapi bagaimana caranya?" -- tanya si resepsionis. "Mudah saja; pindahkan tamu di kamar 1 ke kamar 2, tamu di kamar 2 ke kamar 3, tamu di kamar 3 ke kamar 4, dan seterusnya tamu di kamar n ke kamar $n+1$; maka kamar 1 menjadi kosong dan bisa disiapkan untuk tamu baru kita!" -- jawab Sang Manajer.

Loh, bisa ya? Ya, bisa --- walau ini mungkin agak tidak sesuai dengan intuisi kita. Di hotel yang mempunyai terhingga kamar, tentu saja hal tersebut mustahil dilakukan. Tetapi, di Hotel Hilbert yang memiliki tak terhingga kamar, hal tadi dimungkinkan. Bahkan, bila pada hari tersebut datang tak terhingga banyaknya tamu baru, mereka semua dapat diterima pada hari itu juga. Bagaimana caranya? Tinggal pindahkan tamu yang menginap di kamar 1 ke kamar 2, tamu di kamar 2 ke kamar 4, tamu di kamar 3 ke kamar 6, dan seterusnya tamu di kamar n ke kamar $2n$. Maka, kamar bernomor ganjil akan kosong, dan tak terhingga tamu baru dapat ditempatkan di sana.

Ketakterhinggaan memang bisa membingungkan bagi sebagian orang, bahkan bagi sebagian matematikawan sekalipun. Tidak hanya Zeno dan Aristoteles yang menolak ketakterhinggaan, beberapa matematikawan terkenal di abad ke-19 dan 20 pun, sebutlah misalnya **Leopold Kronecker** dan **Henri Poincare**, tidak bisa menerimanya. Namun, *de facto*, cabang-cabang utama matematika yang berkembang dewasa ini, misalnya analisis dan topologi, berpijak pada konsep ketakterhinggaan. Menolak ketakterhinggaan sama saja dengan menolak cabang-cabang matematika tersebut. Bahkan, menolak ketakterhinggaan juga berimplikasi menolak keberadaan bilangan real. ***