7. KETAKTERHINGGAAN BILANGAN ASLI

Ketika masih anak-anak kita berkenalan dengan bilangan asli 1, 2, 3, dan seterusnya. Bilangan ini dapat dipakai untuk menyatakan banyak benda, misalnya: sepeda mempunyai 2 roda, kucing mempunyai 4 kaki, manusia mempunyai 2 tangan, masing-masing tangan mempunyai 5 jari. Ada berapa banyak kata dalam paragraf ini? Silakan hitung.

Setiap bilangan asli merupakan bilangan terhingga, yang dapat menyatakan sesuatu yang terhingga banyaknya. Kita dapat mempunyai bilangan asli yang sangat besar, katakan 100.000.000 (seratus juta), atau bahkan 10.000.000.000.000 (sepuluh triliun), namun bilangan-bilangan tersebut tetap merupakan bilangan terhingga. Jika n adalah suatu bilangan asli (yang terhingga), maka kita dapat menemukan bilangan asli yang lebih besar daripada n, misalnya $n + 1$, $2n$, atau n^3, tetapi semua bilangan ini masih tetap merupakan bilangan terhingga juga.

Menurut Aristoteles, bilangan asli n dapat bernilai sebesar-besarnya, tetapi ia takkan pernah sama dengan ∞ (baca: tak terhingga). [Ya, lambang ∞ memang bukan menyatakan suatu bilangan yang kita kenal sejauh ini.] Karena itu, lanjut Aristoteles, 'ketakterhinggaan aktual' itu tidak ada, yang ada hanyalah 'ketakterhinggaan potensial' --- dalam pengertian bahwa kita dapat mempunyai bilangan yang sangat besar, sebesar yang kita kehendaki, tetapi tetap terhingga. Karena itu pula, bagi Aristoteles dan Zeno, $1 + ½ + ¼ + ... + 1/2^n$ yang nilainya sama dengan $2 – 2^{-n}$ tidak akan pernah sama dengan 2, karena n takkan pernah sama dengan ∞, dan 2^{-n} pun takkan pernah sama dengan 0.

Tetapi, itu dulu, ketika konsep *limit* belum ditemukan. Kita akan membahas apa itu limit dari suatu *barisan bilangan* seperti 1, 1 + ½, 1 + ½ + ¼, ..., $1 + ½ + ¼ + ... + 1/2^n$, ..., pada saatnya nanti. Sekarang, kita perlu menjawab pertanyaan ini terlebih dahulu: apakah benar apa yang dikatakan Aristoteles bahwa tidak ada yang tak terhingga banyaknya? *Hmm*... bagaimana dengan bilangan asli itu sendiri --- ada berapa banyak mereka *seluruhnya*?

Bilangan n berapapun yang anda pilih jelas tidak mungkin menyatakan banyak seluruh bilangan asli. Jadi, sekali lagi, ada berapa banyak bilangan asli itu? Jawabannya adalah tak terhingga. Bila himpunan bilangan {1, 2, 3, ..., 100} terdiri dari 100 bilangan, himpunan bilangan {1, 2, 3, ..., 1.000.000} terdiri dari 1.000.000 bilangan, maka himpunan semua bilangan asli terdiri dari tak terhingga bilangan, bukan sepuluh triliun, sejuta triliun, atau bilangan mega-nilai n berapapun. Jadi, ketakterhinggaan aktual itu ada! Bahkan kelak ada himpunan bilangan yang anggotanya jauh lebih banyak daripada himpunan bilangan asli. ***