8. MENGHITUNG KARDINALITAS HIMPUNAN

Himpunan merupakan objek penting yang dipelajari dalam matematika. Salah satu aspek mendasar dan juga menarik terkait himpunan adalah *kardinalitas*-nya, yang menyatakan berapa banyak anggota himpunan tersebut. Himpunan huruf dalam abjad {a, b, c, ..., z} merupakan himpunan terhingga, yang memiliki 26 anggota. Kita dapat membuat *pemadanan* atau *korespondensi 'satu-ke-satu'* antara huruf pada abjad dengan bilangan 1, 2, 3, ..., 26, sebagai berikut:

$$a \leftrightarrow 1, b \leftrightarrow 2, c \leftrightarrow 3, ..., z \leftrightarrow 26.$$

Dengan adanya korespondensi ini, himpunan huruf dalam abjad {a, b, c, ..., z} dikatakan *sepadan* atau *ekuivalen* dengan himpunan bilangan {1, 2, 3, ..., 26}. Secara umum, himpunan tak kosong yang terhingga akan ekuivalen dengan himpunan bilangan $\{1, 2, 3, ..., n\}$, untuk suatu bilangan asli n. Di sini, n menyatakan banyak anggota himpunan tersebut. Himpunan tak kosong yang tidak ekuivalen dengan himpunan bilangan $\{1, 2, 3, ..., n\}$ manapun merupakan himpunan tak terhingga. Contoh himpunan tak terhingga adalah himpunan semua bilangan asli $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, ...\}$.

Jika A menyatakan suatu himpunan terhingga dan B me-rupakan *himpunan bagian 'sejati'* dari A (yakni, setiap anggota B merupakan anggota A, tetapi ada anggota A yang bukan anggota B), maka banyak anggota B pastilah lebih sedikit daripada anggota A. Pada himpunan tak terhingga, hal ini tidak serta-merta berlaku. Sebagai contoh, himpunan bilangan B = {2, 3, 4, 5, ...} jelas merupakan himpunan bagian sejati dari himpunan semua bilangan asli **N** = {1, 2, 3, 4, ...}, tetapi baik B maupun **N** sama-sama mempunyai tak terhingga banyak anggota. Lebih jauh, terdapat korespondensi satu-ke-satu antara B dan **N**, yaitu:

$$2 \leftrightarrow 1,\ 3 \leftrightarrow 2,\ 4 \leftrightarrow 3,\ 5 \leftrightarrow 4, \dots ,\ k \leftrightarrow k-1, \dots ,$$

yang memperlihatkan bahwa B dan **N** ekuivalen. Dalam hal ini, B dan **N** mempunyai kardinalitas yang sama.

Bila anda baca lagi Bab 6 tentang Paradoks Hotel Hilbert, anda sekarang paham mengapa hotel tersebut masih dapat menerima tamu baru ketika semua kamar sudah terisi. Dengan adanya korespondensi satu-ke-satu antara **N** dan B = {2, 3, 4, 5, ...}, para tamu lama dapat dipindahkan ke kamar nomor 2, 3, 4, 5, dan seterusnya, sehingga kamar nomor 1 menjadi kosong. Adik saya yang turut membaca tentang Paradoks Hotel Hilbert sempat berkomentar: "Hotel Hilbert itu khayal! Mana ada hotel yang mempunyai tak terhingga kamar?" Ya, Hotel Hilbert memang khayal, tetapi bilangan asli itu nyata! Korespondensi satu-ke-satu antara **N** dan B = {2, 3, 4, 5, ...} itu ada dan nyata! ***