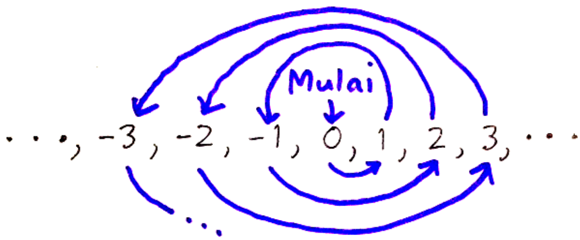
9. HIMPUNAN BILANGAN BULAT

Perasaan kita, rupanya, sering salah, khususnya ketika berurusan dengan himpunan tak terhingga. Kata Galileo Galilei: "Jangan main-main dengan ketakterhinggaan." Ketika Georg Cantor bercengkerama dengan ketakterhinggaan dan kemudian berhasil membangun teori himpunan, bahkan matematikawan kondang sekelas Henri Poincare pun tidak bisa langsung menerimanya.

Kita telah melihat bagaimana himpunan bilangan {2, 3, 4, 5, ...}, yang merupakan himpunan bagian sejati dari himpunan semua bilangan asli **N**, ternyata ekuivalen dengan **N** alias mempunyai kardinalitas yang sama dengan kardinalitas **N**. Demikian pula himpunan semua bilangan genap {2, 4, 6, 8, 10, ...} mempunyai kardinalitas yang sama dengan kardinalitas **N**. Memang hal ini agak tidak sesuai dengan intuisi kita, tetapi keberadaan korespondensi satu-ke-satu $2n \leftrightarrow n$ membuat kita tidak bisa menolak fakta tersebut. Secara umum, bahkan bisa **dibuktikan** bahwa setiap himpunan bagian dari **N** yang memiliki tak terhingga banyak anggota akan mempunyai kardinalitas yang sama dengan kardinalitas **N**. Sebagai contoh, himpunan semua bilangan prima merupakan himpunan tak terhingga, dan karena itu kardinalitasnya mestilah sama dengan kardinalitas **N**.

Sekarang marilah kita tinjau himpunan semua bilangan bulat, yaitu **Z** := {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}. Berapa banyak anggotanya? Tak terhingga, tentunya. Tetapi, karena **Z** *memuat* himpunan semua bilangan asli **N**, apakah **Z** mempunyai kardinalitas yang lebih besar daripada **N**? *Hmm*.. tunggu dulu. Bila kita dapat menemukan korespondensi satu-ke-satu antara **Z** dan **N**, maka kardinalitas **Z** sama dengan kardinalitas **N** --- dan ternyata begitulah faktanya.

Korespondensi satu-ke-satu antara **Z** dan **N** dapat dijelaskan melalui diagram berikut:



Membuat korespondensi satu-ke-satu antara himpunan H (sembarang) dan **N** setali tiga uang dengan mencari skenario *membilang* atau *menomori* semua anggota H dengan menggunakan bilangan asli 1, 2, 3, dan seterusnya. Bila anggota H yang dipadankan dengan n kita tulis sebagai h_n, maka himpunan H dapat dinyatakan sebagai $\{h_1, h_2, h_3, ...\}$. Diagram di atas memberikan skenario menomori bilangan bulat, dan kita dapat menuliskan **Z** = {0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...}. ***