

## 4 Jasa Besar Euclid

Kota Alexandria (Al-Iskandariya), yang terletak di pantai utara Mesir, dibangun oleh Alexander Agung pada tahun 322 SM, menyaingi kota Athena. Pada tahun 300 SM, Raja Ptolemy I Soter (323–283 SM) menjadikannya ibukota dan mendirikan pusat studi Museum di sana. Konon, perpustakaan di Museum mempunyai koleksi ratusan ribu gulungan papirus (berfungsi seperti buku teks pada zaman sekarang).

Euclid (~330–270 SM) diangkat oleh Ptolemy I Soter sebagai kepala pusat studi Matematika pertama di Museum. Sepanjang karirnya, ia menulis beberapa buku tentang optik, musik, dan astronomi, serta tentu saja matematika. Nama Euclid harum karena buku matematikanya yang berjudul “*Stoicheia*” (Ind. “*Elemen*”), yang terdiri dari 13 jilid, membahas Geometri dan dasar-dasar *Teori Bilangan*. Buku ini ditulis kira-kira pada tahun 300 SM, dan menjadi semacam buku pegangan wajib bagi setiap pelajar yang ingin mendalami matematika di Alexandria pada masa itu.

Museum beberapa kali diserang bangsa Romawi dan, pada tahun 641 M, Alexandria pun ditaklukkan bangsa Arab. Sebagian besar koleksi perpustakaan di Museum, termasuk karya Euclid, musnah. Namun, buku “*Elemen*” termasuk yang terselamatkan, setidaknya dalam bentuk salinannya yang diterbitkan oleh Theon (dari Alexandria) pada

abad ke-4 M. Selain itu ada edisi lainnya yang berbasis pada naskah yang ditemukan di Byzantine pada abad ke-8 dan 9 M. Dari edisi Byzantine itulah buku “*Elemen*” kemudian diterjemahkan ke beberapa bahasa, termasuk bahasa Arab dan bahasa Inggris. (Kini anda masih dapat menemukannya di toko buku, bila kebetulan ada stoknya. Bila beruntung, anda mungkin menemukannya dalam bentuk *e-book* di dunia maya.)

*Mengingat karyanya yang luar biasa, kita patut bertanya: siapa Euclid? Sayangnya, tidak banyak informasi mengenai asal-usulnya. Namun, menurut para muridnya, Euclid pernah belajar di Achademya yang didirikan Plato di Athena. Dari umurnya, ia lebih muda daripada Eudoxus dan Aristoteles, tapi lebih tua daripada Archimedes dan Eratosthenes.*

Dari buku “*Elemen*” lah kita mengetahui karya-karya Pythagoras dan para penerusnya, khususnya Hippiasus dan Archytas, serta para matematikawan kondang lainnya, terutama Antiphon, Hippocrates (~430 SM), dan dua murid Plato yang cerdas, yaitu Eudoxus, dan Theaetetus (~375 SM).

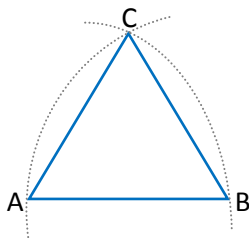
Lalu apa kontribusi Euclid sendiri? Jasa besar Euclid adalah dalam menuliskan dan menyusun karya-karya terdahulu secara logis dan sistematis, serta mengoreksi kesalahan-kesalahan kecil yang dibuat oleh para pendahulunya. Setiap *dalil* ia buktikan dengan cermat, dimulai dari *definisi* dan

*hipotesis*. Bila anda pergi ke perpustakaan dan membaca buku teks matematika, maka kira-kira seperti itulah pula buku “*Elemen*” yang

ditulis Euclid. Ya, gaya penulisan buku matematika ala Euclid tetap dipertahankan sebagai model hingga saat ini.

Buku “Elemen” Jilid I membahas dasar-dasar geometri, dimulai dari definisi *titik*, *garis*, *permukaan*, *sudut*, dan seterusnya, yang kemudian diikuti dengan lima *postulat* dan lima konsep umum, serta sejumlah *proposisi*. Jilid I memberitahu kita bagaimana caranya membuat *segitiga sama-sisi* dan memeriksa *kesebangunan* dua segitiga. Dalam Jilid I dibahas pula Dalil Pythagoras dan **kebalikannya!**

*Bila Dalil Pythagoras menyatakan bahwa pada segitiga siku-siku berlaku jumlah alas kuadrat dan tinggi kuadrat sama dengan sisi miring kuadrat, maka kebalikannya menyatakan jika jumlah alas kuadrat dan tinggi kuadrat sama dengan sisi miring kuadrat, maka segitiga tersebut mestilah siku-siku.*

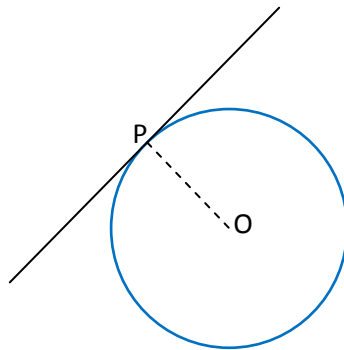


Mulai dengan ruas garis AB. Dari titik A, tarik *busur* lingkaran dengan jari-jari  $|AB|$ . Lakukan hal yang sama dari titik B, sehingga memotong busur tadi di C.

Jilid II mengupas hubungan antara persegi-panjang dan persegi. Sifat aljabar seperti *hukum distributif*  $(P + Q) \cdot L = PL + QL$  dijelaskan secara geometris. Persegi-panjang yang panjangnya  $P + Q$  dan lebarnya  $L$

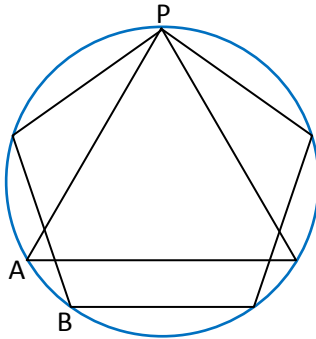
mempunyai luas  $(P + Q) \cdot L$ . Namun, persegi-panjang ini terdiri dari dua persegi-panjang: yang pertama panjangnya  $P$  dan lebarnya  $L$ , sehingga luasnya  $PL$ ; sementara yang kedua panjangnya  $Q$  dan lebarnya  $L$ , sehingga luasnya  $QL$  (buat sendiri gambarnya). Jadi luas persegi-panjang tersebut sama dengan  $PL + QL$ . Karena itu mestilah  $(P + Q) \cdot L = PL + QL$ . Pythagoras dan para muridnya merupakan tokoh utama di balik buku “*Elemen*” Jilid I dan II.

Buku Jilid III membahas sifat-sifat *lingkaran*. Bagi orang Yunani Kuno, lingkaran merupakan bangun datar yang paling sempurna. Salah satu sifat lingkaran yang diulas dalam Jilid III adalah bahwa *garis singgung* pada lingkaran di suatu titik  $P$  akan *tegak lurus* pada jari-jari lingkaran  $OP$  (lihat gambar).

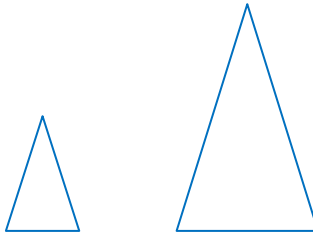


Jilid IV menjelaskan cara membuat persegi, segi-lima, segi-enam, dan segi-15 beraturan di dalam lingkaran. Segi-15 dibuat dengan terlebih dahulu membuat segitiga dan segi-lima beraturan di dalam lingkaran, dengan salah satu titik sudut yang berimpit ( $P$ ). Menggunakan fakta bahwa  $2/5 - 1/3 = 1/15$ , panjang busur  $AB$  mestilah sama dengan  $1/15$  keliling lingkaran (lihat gambar). Dengan menggunakan jangka,

titik-titik sudut lainnya dari segi-15 beraturan tersebut dapat diperoleh. Matematikawan yang bertanggungjawab di balik Jilid III dan IV adalah Hippocrates.



Buku “*Elemen*” Jilid V membahas konsep *rasio* atau *perbandingan senilai*, yang dikembangkan oleh Eudoxus. Sementara itu, Jilid VI mengulas konsep kesebangunan dua bangun datar, yang telah diketahui oleh Pythagoras dan para muridnya. Sebagai contoh, dua segitiga dikatakan *sebangun* jika perbandingan panjang sisi-sisi yang berpadanan sama.



Pada gambar di atas, sisi-sisi segitiga kedua mempunyai panjang dua kali sisi-sisi segitiga pertama. Ini berarti kedua segitiga tersebut se-

bangun. Dua segitiga sebangun yang berukuran sama dikatakan *sama dan sebangun*. Selanjutnya, kesebangunan dua segi-banyak dapat diperiksa melalui kesebangunan segitiga-segitiga yang membentuknya.

Jilid VII – IX berisi teori dasar bilangan, yang diyakini merupakan kontribusi Archytas. Dalam Jilid VII dibahas *Algoritma Euclid* untuk menghampiri bilangan irasional seperti  $\sqrt{3}$ . Dalam Jilid VIII dibahas *barisan geometrik*. Sementara itu dalam Jilid IX dibuktikan bahwa *bilangan prima* itu tak terhingga banyaknya, dan dijelaskan bagaimana caranya menemukan *bilangan sempurna*.

Jilid X merupakan bagian tersulit dari buku “*Elemen*”, yang diyakini merupakan kontribusi Theaetetus. Dalam Jilid X ini *bentuk aljabar* seperti akar dari  $1 + 2\sqrt{3}$  dipelajari.

Jilid XI – XII menyoroti masalah geometri ruang. Jilid XI menjelaskan cara mengkonstruksi sejumlah bangun ruang, yang telah diketahui oleh Pythagoras dan para penerusnya. Jilid XII membahas metode penghampiran yang digagas oleh Antiphon dan Eudoxus. Dalam Jilid XII dijelaskan bagaimana Eudoxus menghitung volume piramida, kerucut, dan bola, tanpa bantuan *Kalkulus Integral* yang kita kenal sekarang.

Jilid XIII menjelaskan cara mengkonstruksi lima polihedron beraturan. Dalam Jilid XIII juga dibuktikan bahwa tidak ada polihedron beraturan selain kelima polihedron yang telah diketahui oleh Pythagoras dan para penerusnya (termasuk Hippasus). Sang jenius di balik Jilid XIII adalah Theaetetus. □