

7 Sisi dan Titik Sudut Bangun Datar

Bila segi- n mempunyai n sisi dan n titik sudut, berapakah banyak sisi dan titik sudut pada lingkaran? Pertanyaan ini ternyata masih merupakan bahan diskusi yang menarik hingga sekarang.

Tak sedikit orang yang beranggapan bahwa lingkaran mempunyai tak terhingga banyak sisi dan tak terhingga banyak pula titik sudut. Alasannya, karena lingkaran dapat dihampiri oleh segi- n beraturan, yang mempunyai n sisi dan n titik sudut. Semakin besar n , semakin mirip segi- n tersebut dengan lingkaran.

Kita ingat bahwa Antiphon beranggapan demikian 2400 tahun yang lalu, dan ia telah menggunakan anggapan ini untuk menyimpulkan bahwa luas lingkaran sebanding dengan kuadrat dari diameternya. Fakta tentang luas lingkaran itu memang kemudian dibuktikan oleh Eudoxus dengan menggunakan ‘kemiripan’ lingkaran dengan segi-banyak. Namun, itu tidak berarti bahwa lingkaran mempunyai tak terhingga banyak sisi.

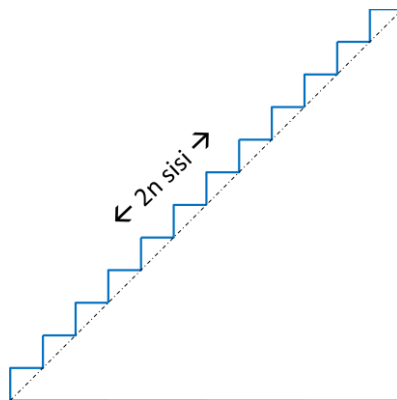
Sebagai gambaran, kita dapat menghampiri segitiga dengan segi-banyak, katakanlah ketika kita ingin menghampiri luas segitiga tersebut dengan jumlah luas n buah persegi-panjang kecil (yang dikenal sebagai *jumlah Riemann*, biasanya dibahas dalam Kalkulus sebagai pendahuluan menuju konsep *integral*).

Dalam Kalkulus, konsep integral diperkenalkan melalui konsep luas daerah di bawah kurva. Mirip dengan metode penghampiran luas ala Eudoxus, luas daerah tersebut dihampiri oleh jumlah luas n buah persegi panjang di bawah dan di atas kurva.

Persisnya, segitiga tersebut kita hampiri dengan segi- $(2n+2)$, seperti tampak pada gambar di bawah ini. Hampirannya akan semakin baik bila n semakin besar. Namun, kita tidak akan menyimpulkan bahwa segitiga adalah segi tak terhingga, dengan tak terhingga banyak titik sudut, 'kan?

Penghampiran luas suatu bangun datar dengan segi- n tidak ada urusannya dengan banyak sisi dan titik sudut bangun datar tersebut. Ini merupakan alasan pertama

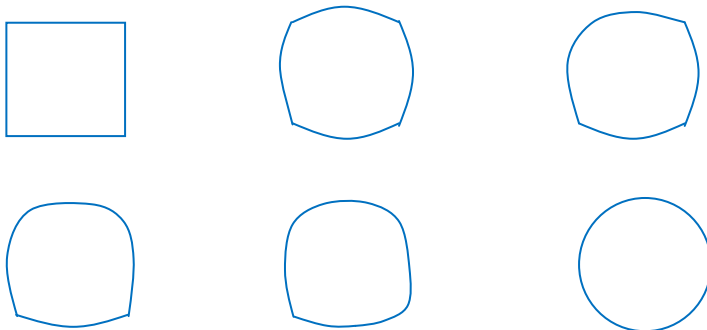
mengapa kita harus menolak pernyataan bahwa lingkaran mempunyai tak terhingga banyak sisi dan tak terhingga banyak titik sudut.



Alasan kedua: bila lingkaran mempunyai tak terhingga banyak sisi, dengan tak terhingga banyak pula titik sudut, berapakah besar sudut di tiap titiknya? Tentu 180° , ya 'kan? Bila demikian halnya, kita bisa menyatakan bahwa setiap titik pada segi-banyak, selain titik-titik pertemuan dua sisi yang berdekatan, juga merupakan titik sudut. Mengapa tidak, mereka *toh* membentuk sudut pula, dengan besar sudut 180° ? Setujukah anda? Tentunya tidak, 'kan? Titik yang membentuk sudut 180° bukanlah titik sudut!

Selain kedua alasan di atas, terdapat alasan ketiga mengapa kita harus menolak pernyataan Antiphon bahwa lingkaran mempunyai tak terhingga banyak sisi dan tak terhingga banyak titik sudut. Dengan argumentasi yang sama, semua bangun datar yang tepinya memuat kurva lengkung akan merupakan segi tak terhingga (dengan tak terhingga banyak titik sudut). Bila demikian halnya, betapa membosankannya Geometri 2D itu!

Jadi, kembali ke pertanyaan semula: berapa banyak sisi dan titik sudut pada lingkaran, dalam buku ini akan diperkenalkan suatu pendekatan (baru) yang lebih kokoh. Sebelum itu, perhatikan rangkaian bangun datar pada gambar di bawah ini.



Bangun pertama adalah persegi, yang memiliki 4 sisi dan 4 titik sudut. Bangun kedua adalah persegi yang mengembung. Mata kita masih melihat ada 4 'sisi' dan 4 titik sudut pada bangun tersebut. (Sebentar lagi kita akan mendefinisikan apa yang dimaksud dengan 'sisi' untuk bangun datar seperti ini.)

Apa yang kita lihat pada bangun ketiga? Titik sudutnya hanya ada tiga, ya 'kan? Bila pada bangun kedua ada titik sudut di kiri atas, maka pada bangun ketiga tidak kita temukan titik sudut di kiri atas. Lalu, ada berapa 'sisi' pada bangun tersebut? Juga ada tiga. Dua 'sisi' pada bangun kedua (yaitu 'sisi' kiri dan 'sisi' atas) telah menjadi satu 'sisi' pada bangun ketiga, sementara dua 'sisi' lainnya tetap. Jadi, bangun ketiga memiliki 3 'sisi' dan 3 titik sudut.

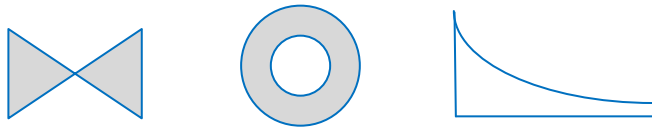
Nah, sekarang kita amati bangun keempat. Bangun ini hanya memiliki 2 'sisi' dan 2 titik sudut. Kecuali 'sisi' bawah, dua 'sisi' yang semula terdapat pada bangun ketiga telah menyatu pada bangun keempat ini dan --- terkait dengan itu --- titik sudut di kanan atas telah hilang.

Dengan deformasi yang serupa, bangun kelima diperoleh dari bangun keempat, sehingga bangun kelima ini hanya memiliki 1 'sisi' dan 1 titik sudut. Perhatikan bahwa titik sudut pada bangun kelima ini merupakan titik awal 'sisi' yang bertemu secara 'tidak mulus' dengan titik akhir 'sisi' yang sama. Pada bangun keenam, titik awal dan titik akhir tersebut bertemu dengan 'mulus', sehingga bangun keenam ini memiliki 1 'sisi' tanpa titik sudut.

Sekarang kita akan mendefinisikan apa yang dimaksud dengan 'sisi' pada bangun datar sembarang, khususnya bangun-bangun datar seperti pada gambar berikut ini.



Namun, pada kesempatan ini, bangun-bangun datar seperti pada gambar berikut kita kecualikan. Yang pertama meliputi dua bangun datar; yang kedua dibatasi oleh dua lintasan yang terpisah; dan yang ketiga meliputi daerah yang tidak terbatas.



Dengan pengecualian ini, kita hanya membahas bangun datar yang dibatasi oleh sebuah *lintasan tertutup sederhana*. Secara umum, lintasan tersebut terdiri dari sejumlah *kurva mulus*. Sebagai contoh, bangun persegi dibatasi oleh sebuah lintasan yang terdiri dari dari 4 kurva mulus, sementara lingkaran hanya terdiri dari 1 kurva mulus. Nah, kurva-kurva mulus itulah yang kita definisikan sebagai sisi-sisi bangun datar tersebut.

Lalu, bagaimana dengan titik sudut? Pada bangun datar yang dibatasi oleh sejumlah *terhingga* kurva mulus, titik sudut adalah *titik singular* pada lintasan yang mengelilingi bangun datar tersebut. Dalam Kalkulus, titik singular adalah titik yang tidak mempunyai *turunan*. Di titik singular, lintasannya ‘tidak mulus’ tetapi ‘patah’ alias membentuk sudut (bukan 180°).

Sementara itu, di titik lainnya yang bukan titik singular, lintasannya mulus, tidak patah atau membentuk sudut. Di sekitar titik ini, sekalipun kurvanya melengkung, ia sangat mirip dengan garis lurus --- dan karenanya ia tidak membentuk sudut. (Sekali lagi, yang dimaksud 'membentuk sudut' adalah membentuk sudut selain 180° , bisa lebih kecil atau lebih besar daripada 180° .)

Pada bangun datar yang memiliki dua atau lebih (tetapi terhingga) sisi, titik sudut merupakan pertemuan dua sisi (baca: kurva mulus) yang berdekatan, seperti yang kita jumpai pada segi-banyak. Jadi, dalam kasus ini, bangun datar yang memiliki n sisi akan memiliki n titik sudut pula. Namun, pada bangun datar yang hanya memiliki satu sisi, terdapat dua kemungkinan: ia bisa memiliki satu titik sudut atau tidak sama sekali.

Sebagai contoh, dengan definisi baru kita, lintasan yang mengelilingi segi- n terdiri dari n kurva mulus, dan karenanya segi- n mempunyai n sisi. Selanjutnya, lintasan tersebut juga memiliki n titik singular, dan karenanya segi- n mempunyai n titik sudut. Ini tentu saja sesuai dengan pengetahuan kita selama ini tentang segi-banyak.

Dengan definisi baru kita, sekarang kita dapat menentukan banyak sisi dan titik sudut bangun datar selain segi-banyak. Sebagai contoh, bangun datar berbentuk hati mempunyai 2 sisi dan 2 titik sudut. Sementara itu, lingkaran hanya mempunyai 1 sisi tanpa titik sudut, karena ia merupakan sebuah kurva yang mulus.□