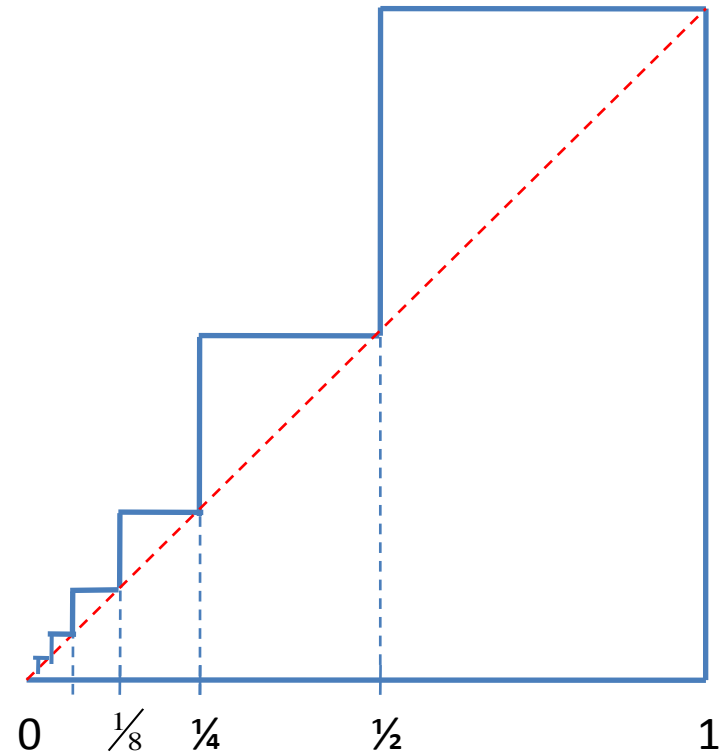
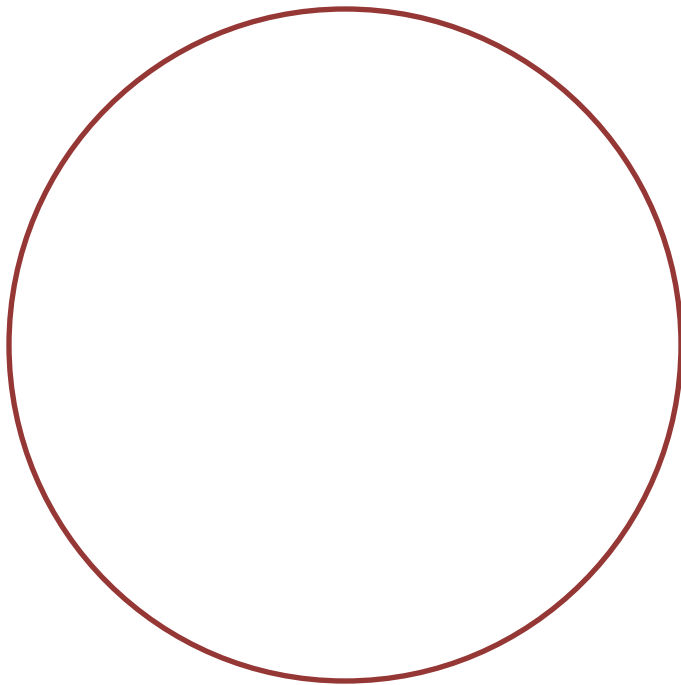


Kuliah Umum:
**LINGKARAN
DAN SEGI TAK TERHINGGA**

Hendra Gunawan

Campus Center ITB, 18 April 2015

Yang Mana **Lingkaran**, dan Yang Mana **Segi Tak Terhingga**?





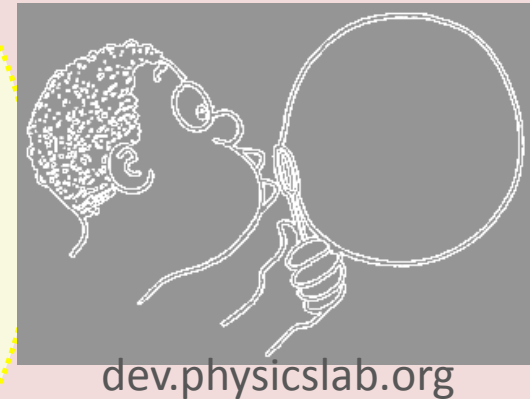
metro.co.uk

LINGKARAN

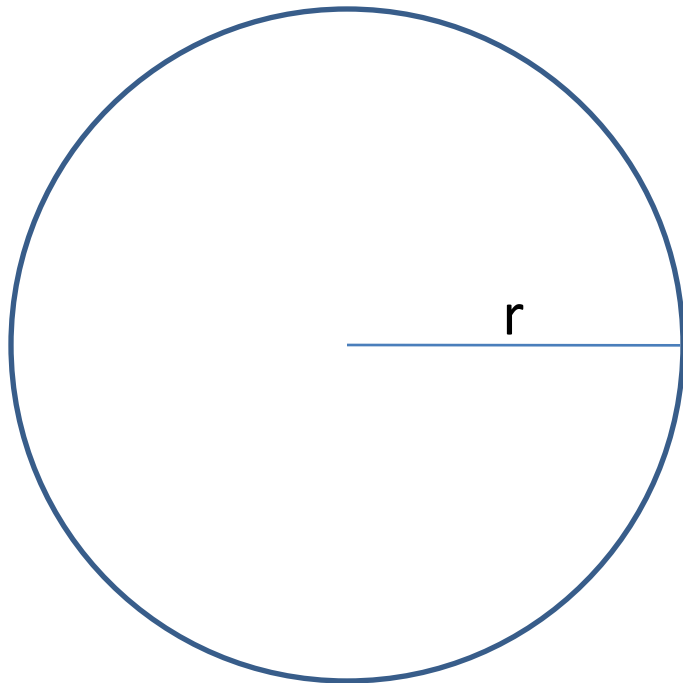
Sejak 2500 tahun silam, bentuk lingkaran dianggap sebagai bentuk yang **paling sempurna**.

Beberapa sifat istimewa lingkaran yang diketahui saat ini antara lain:

- Di antara bangun datar yang luasnya sama, lingkaran mempunyai **keliling minimum**.
- Lingkaran merupakan bentuk yang cocok untuk penutup lubang saluran air (ia **takkan jatuh ke lubangnya**).



Apa yang Diketahui Orang Mesir Kuno dan Babilonia tentang Lingkaran



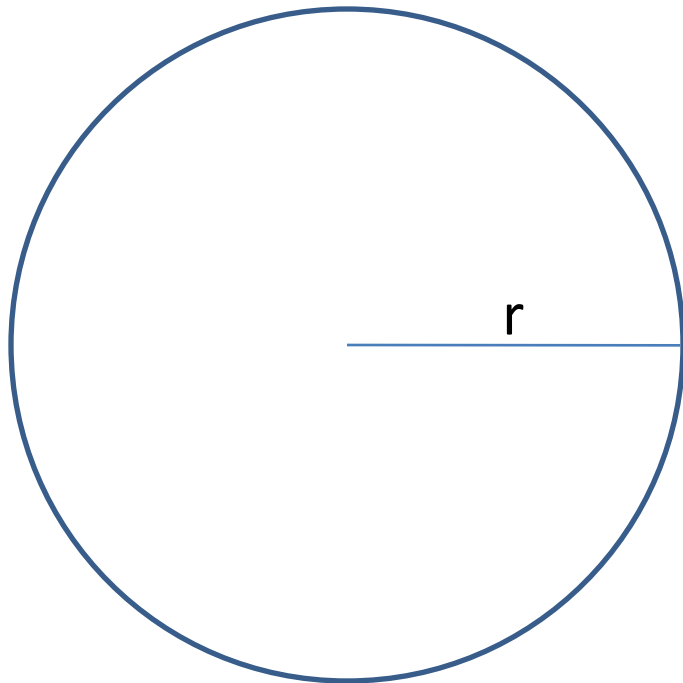
Mesir Kuno (~1650 SM):

$$\text{Luas } \odot = (4/3)^4 r^2.$$

Babilonia (~1000 SM):

$$\text{Keliling } \bigcirc = 50r/8.$$

Temuan Archimedes (287-212 SM) tentang Lingkaran



Luas $\bigcirc = Kr^2$, dengan
 $K = \text{keliling} : \text{diameter} \approx 22/7$.
Archimedes menaksir K
dengan segi-96 beraturan
(mulai dgn segi-6, lalu segi-
12, segi-24, segi-48, dan
akhirnya segi-96 beraturan).

Archimedes juga menemukan rumus volume dan luas permukaan bola.

Bilangan π (BC, *before calculator**)

Lambang bilangan π pertama kali dipakai oleh William Jones pada 1706.

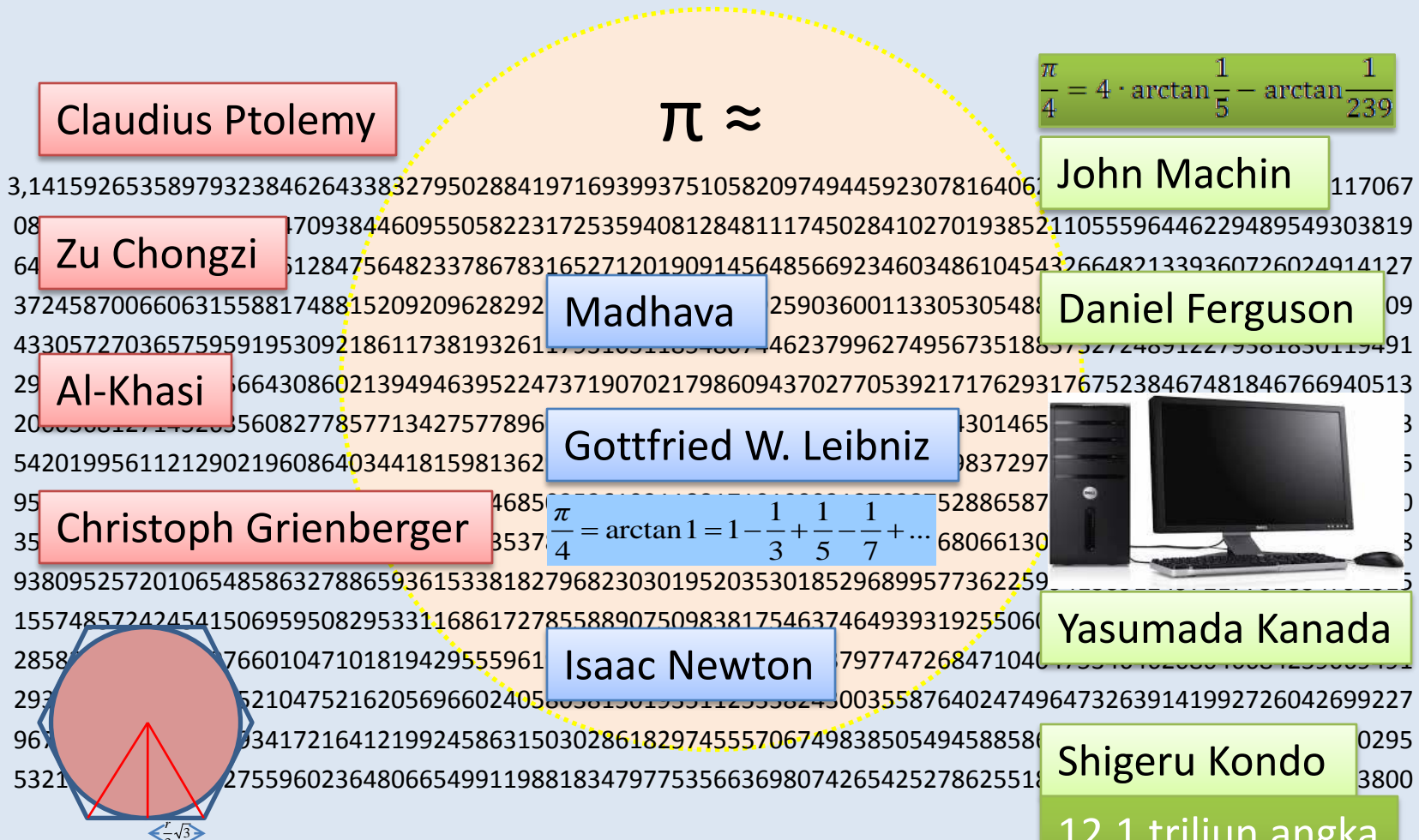
$$\pi = \text{keliling } \bigcirc : \text{diameter.}$$

Mesir Kuno: $\pi \approx (4/3)^4 \approx 3,16.$

Babilonia: $\pi \approx 25/8 = 3,125.$

Archimedes: $\pi \approx 22/7 \approx 3,14.$

Bilangan π (AD, *after decimals**)



Claudius Ptolemy

Zu Chongzi

Al-Khasi

Christoph Grienberger

Madhava

Gottfried W. Leibniz

Isaac Newton

$$\frac{\pi}{4} = 4 \cdot \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

John Machin

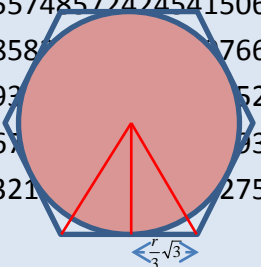
Daniel Ferguson



Yasumada Kanada

Shigeru Kondo

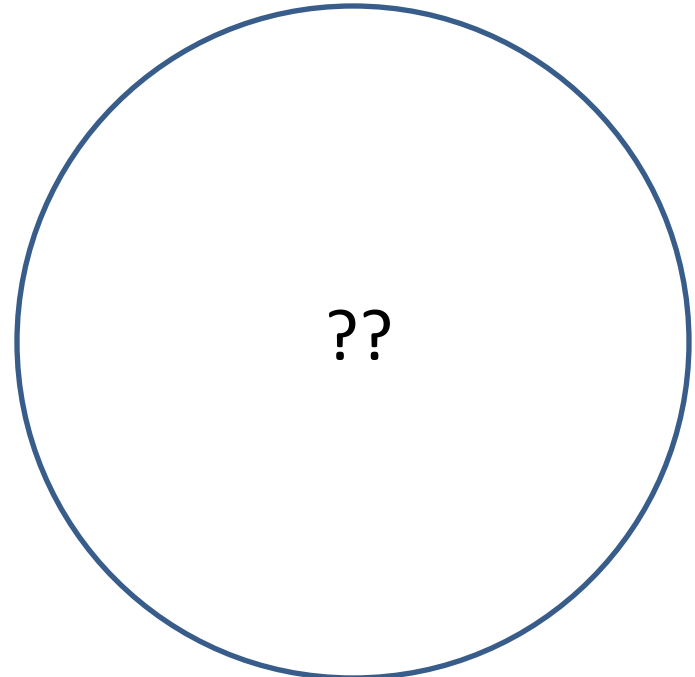
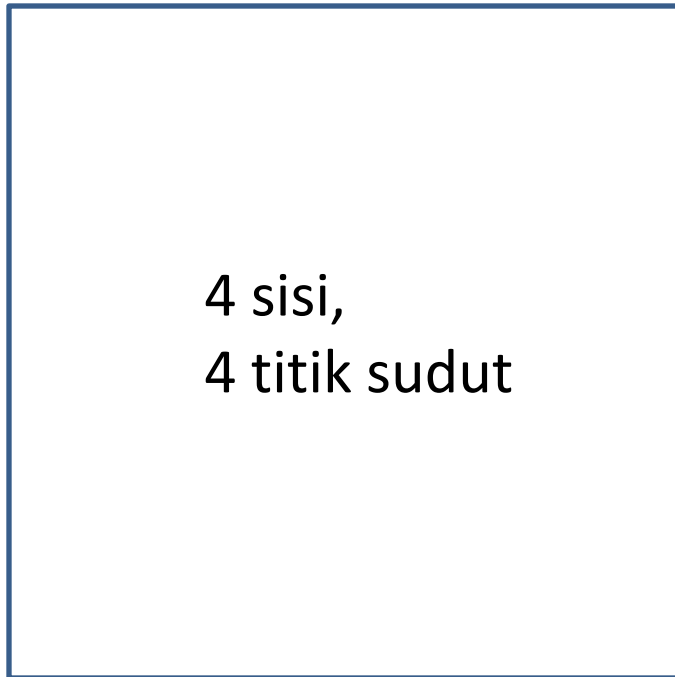
12,1 triliun angka
(2013)



Berapa Banyak Sisi dan Titik Sudut

(a) Persegi

(b) Lingkaran

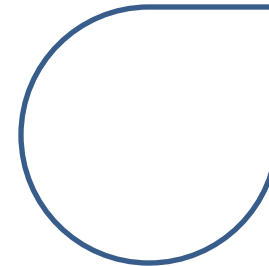
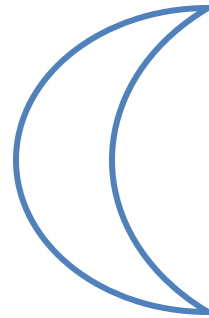
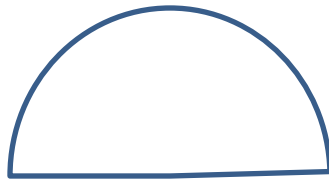
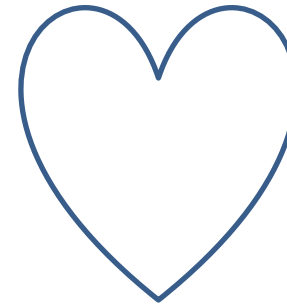
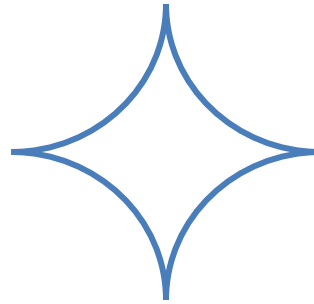
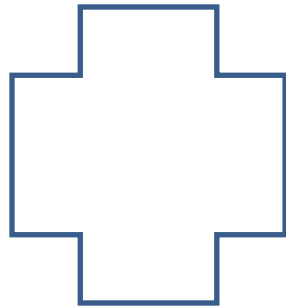


Apakah $\frac{1}{2}$ Lingkaran Mempunyai Tak Terhingga Sisi dan Titik Sudut?

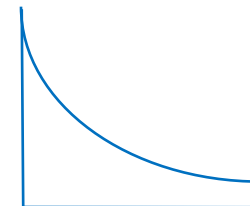
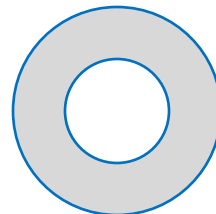
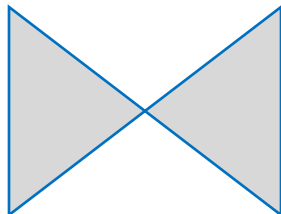


Apa yang dimaksud dengan **sisi** dan **titik sudut**?

Kita Perlu Definisi Sisi dan Titik Sudut untuk Bangun Datar Sembarang*



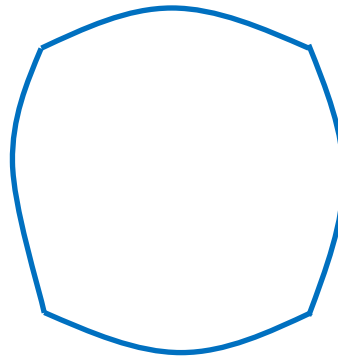
*KECUALI:



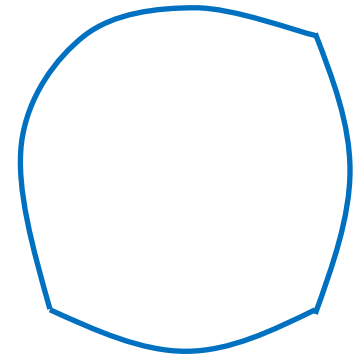
Berapa Banyak Sisi dan Titik Sudut



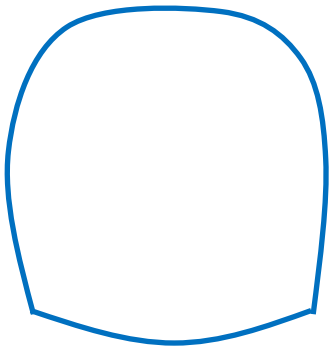
4 sisi,
4 titik sudut



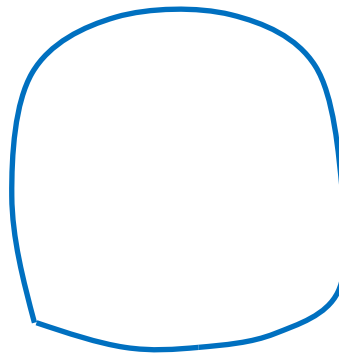
4 sisi,
4 titik sudut



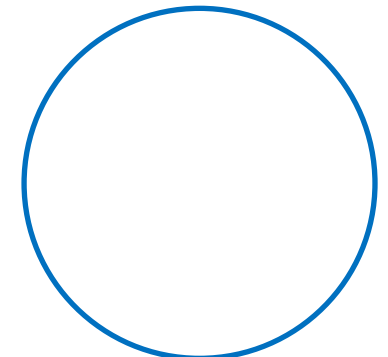
3 sisi,
3 titik sudut



2 sisi,
2 titik sudut



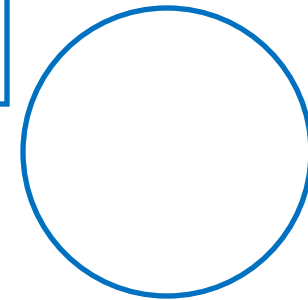
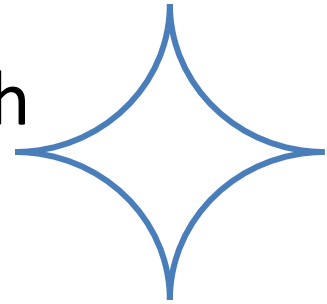
1 sisi,
1 titik sudut



1 sisi,
0 titik sudut

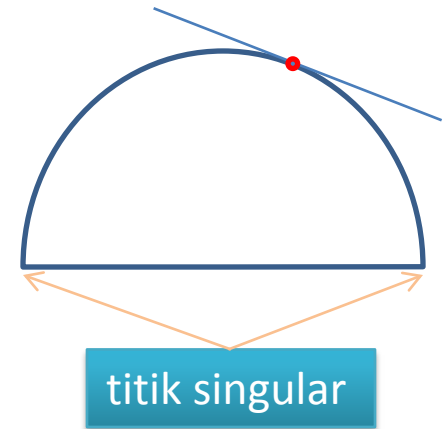
Sisi

- Bangun datar yang kita bahas dikelilingi oleh suatu *lintasan tertutup sederhana* yang **kebanyakan** terdiri dari sejumlah *kurva mulus*.
- Sebagai contoh, bangun **persegi** dikelilingi oleh suatu lintasan yang terdiri dari 4 kurva mulus, sementara **lingkaran** hanya terdiri dari 1 kurva mulus.
- Nah, kurva-kurva mulus itulah yang kemudian kita definisikan sebagai **sisi-sisi** bangun datar tersebut.

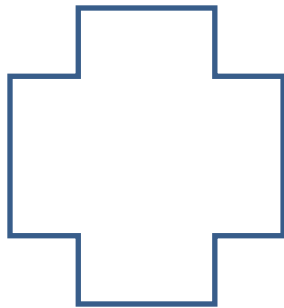


Titik Sudut

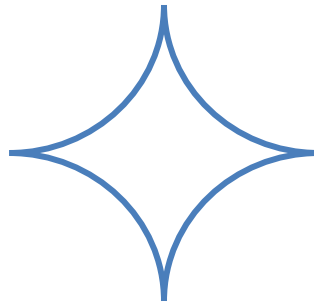
- Pada bangun datar yang dikelilingi oleh suatu lintasan yang terdiri sejumlah **terhingga** kurva mulus, **titik sudut** adalah *titik singular* pada lintasan tsb.
- Di titik singular, lintasannya tidak mulus tetapi ‘patah’ alias membentuk **sudut** (bukan 180°).
- Di titik lainnya yang bukan titik singular, lintasannya mulus, tidak patah. Di sekitar titik ini, walau kurvanya melengkung, ia sangat mirip dengan **garis lurus** → tidak membentuk sudut!



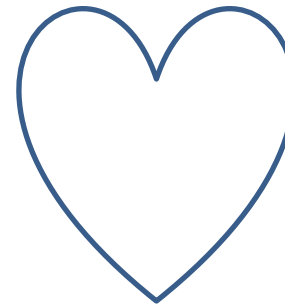
Menghitung Banyak Sisi dan Titik Sudut



12 sisi,
12 titik sudut



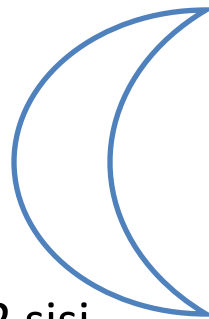
4 sisi,
4 titik sudut



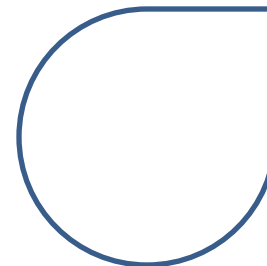
2 sisi,
2 titik sudut



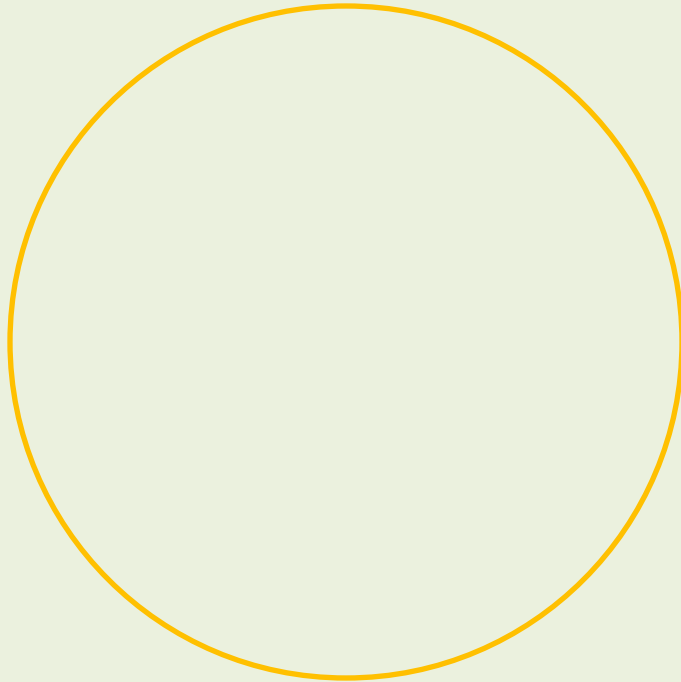
2 sisi,
2 titik sudut



2 sisi,
2 titik sudut



1 sisi,
1 titik sudut

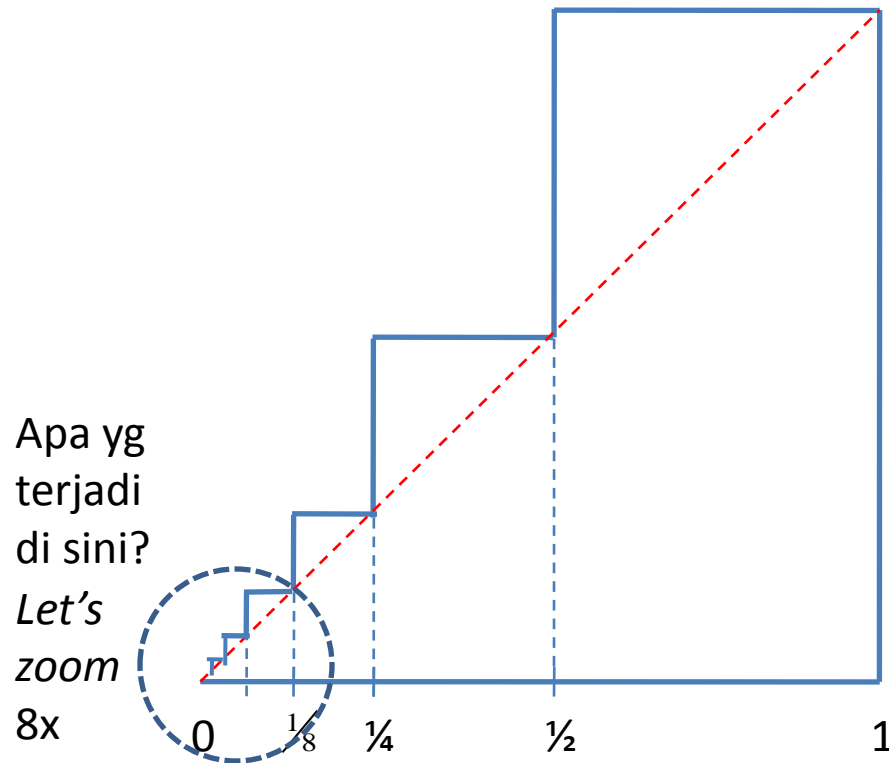


Lingkaran hanya mempunyai 1 sisi dan tidak mempunyai titik sudut.

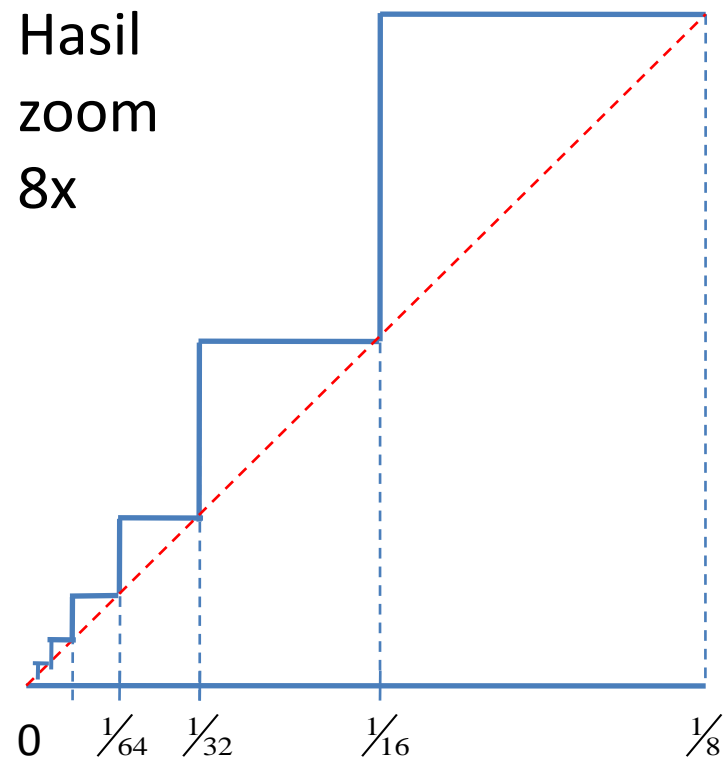
Mark Twain:

A circle is a round straight line with a hole in the middle.

Bangun Apa Ini?



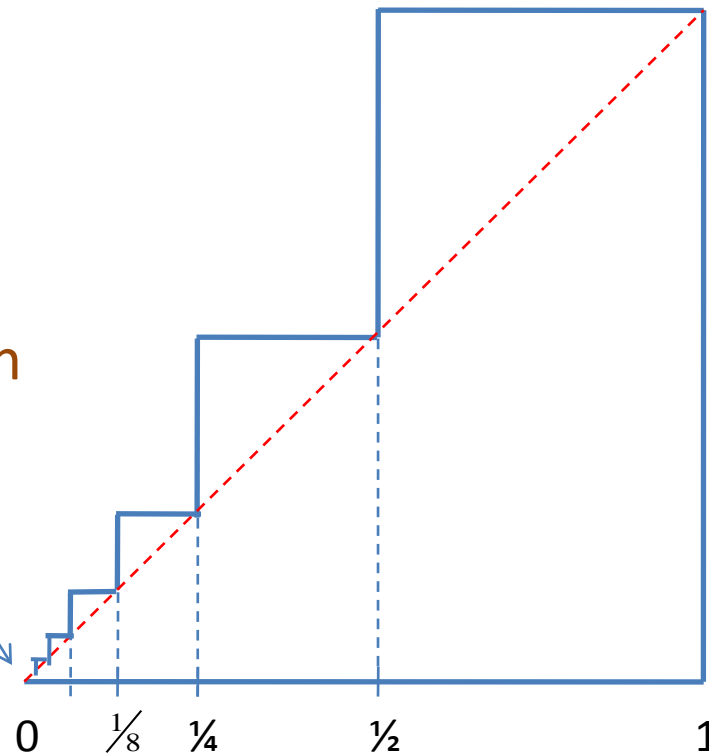
Bangun Apa Ini?



SEGI TAK TERHINGGA

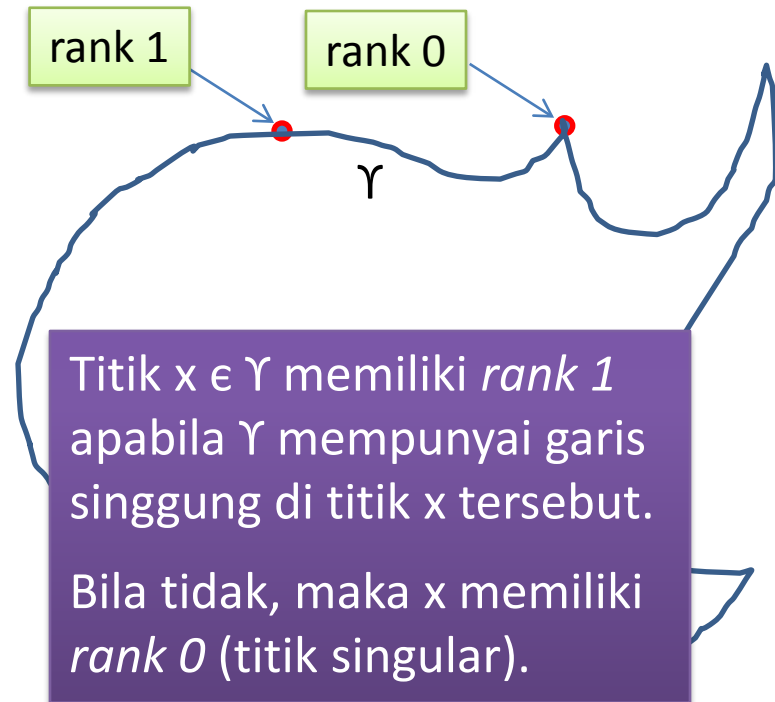
Bangun ini memiliki tak terhingga sisi dan tak terhingga titik sudut.

Tetapi, apakah 0 merupakan titik sudut?



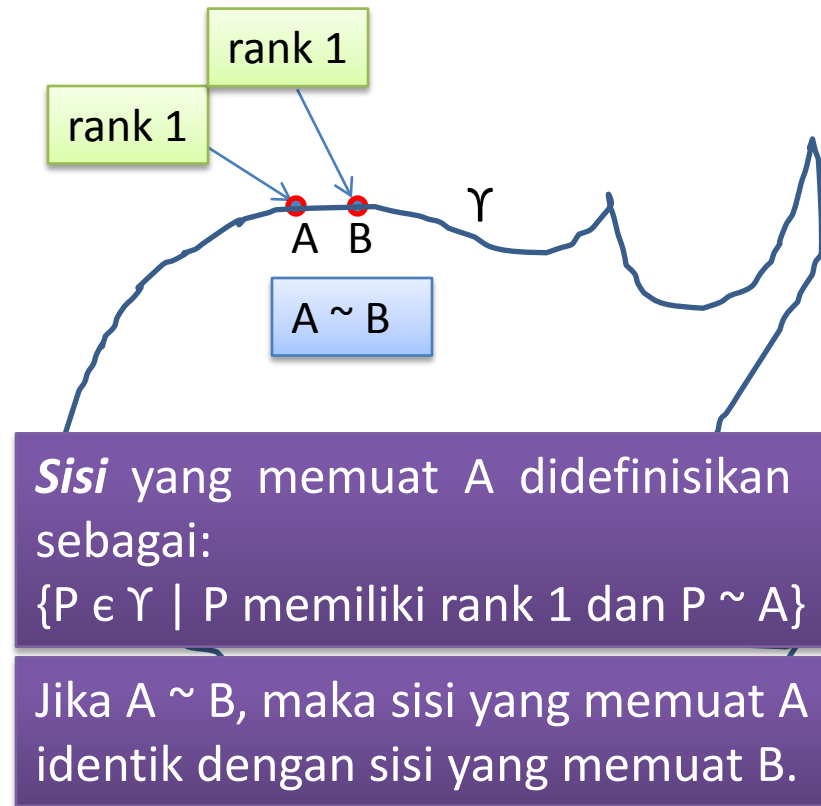
Definisi Titik Sudut dan Sisi yang Lebih Umum

Pertama kita identifikasi setiap titik pada lintasan tepi: apakah ia memiliki *rank 0* atau *rank 1*.



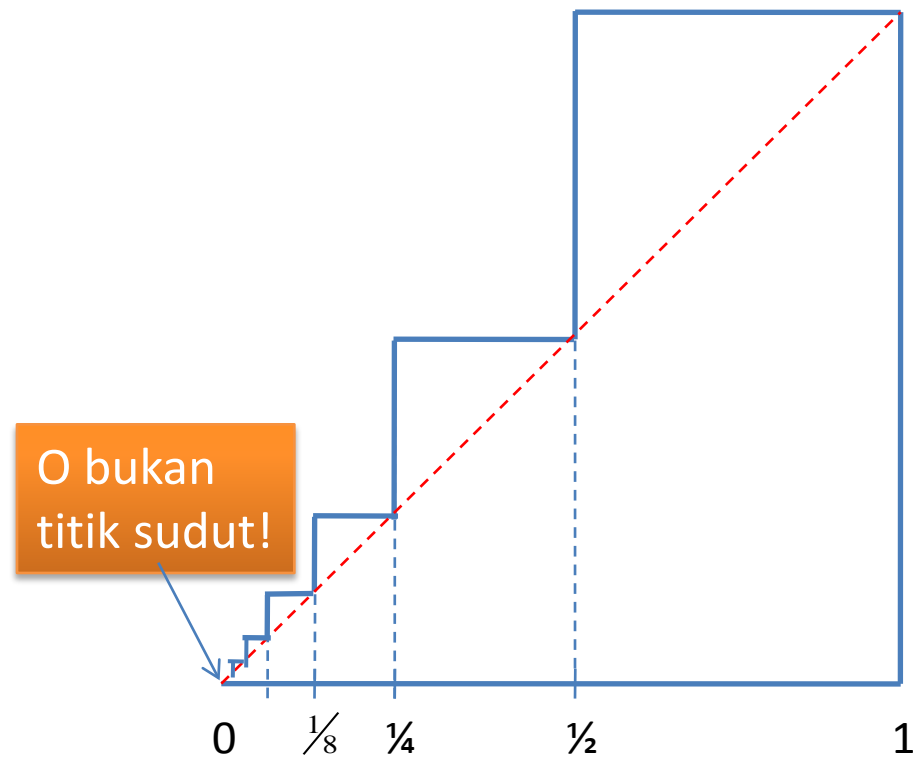
Definisi Titik Sudut dan Sisi yang Lebih Umum

Selanjutnya, kita definisikan *relasi ekuivalen* di antara dua titik yang memiliki rank 1: $A \sim B$ apabila kita dapat menelusuri γ dari A ke B tanpa melalui titik yang memiliki rank 0.

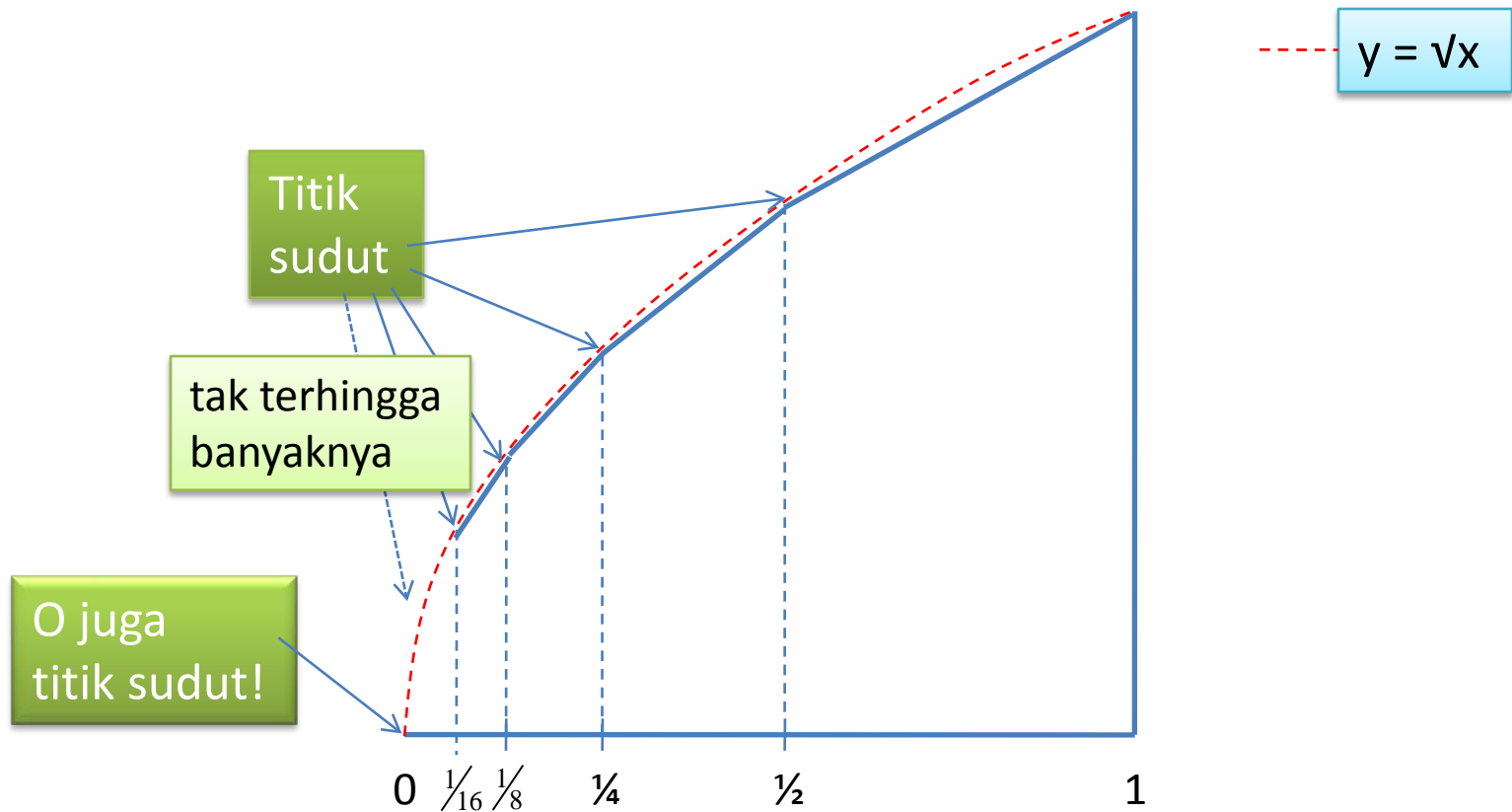


Definisi Titik Sudut dan Sisi yang Lebih Umum

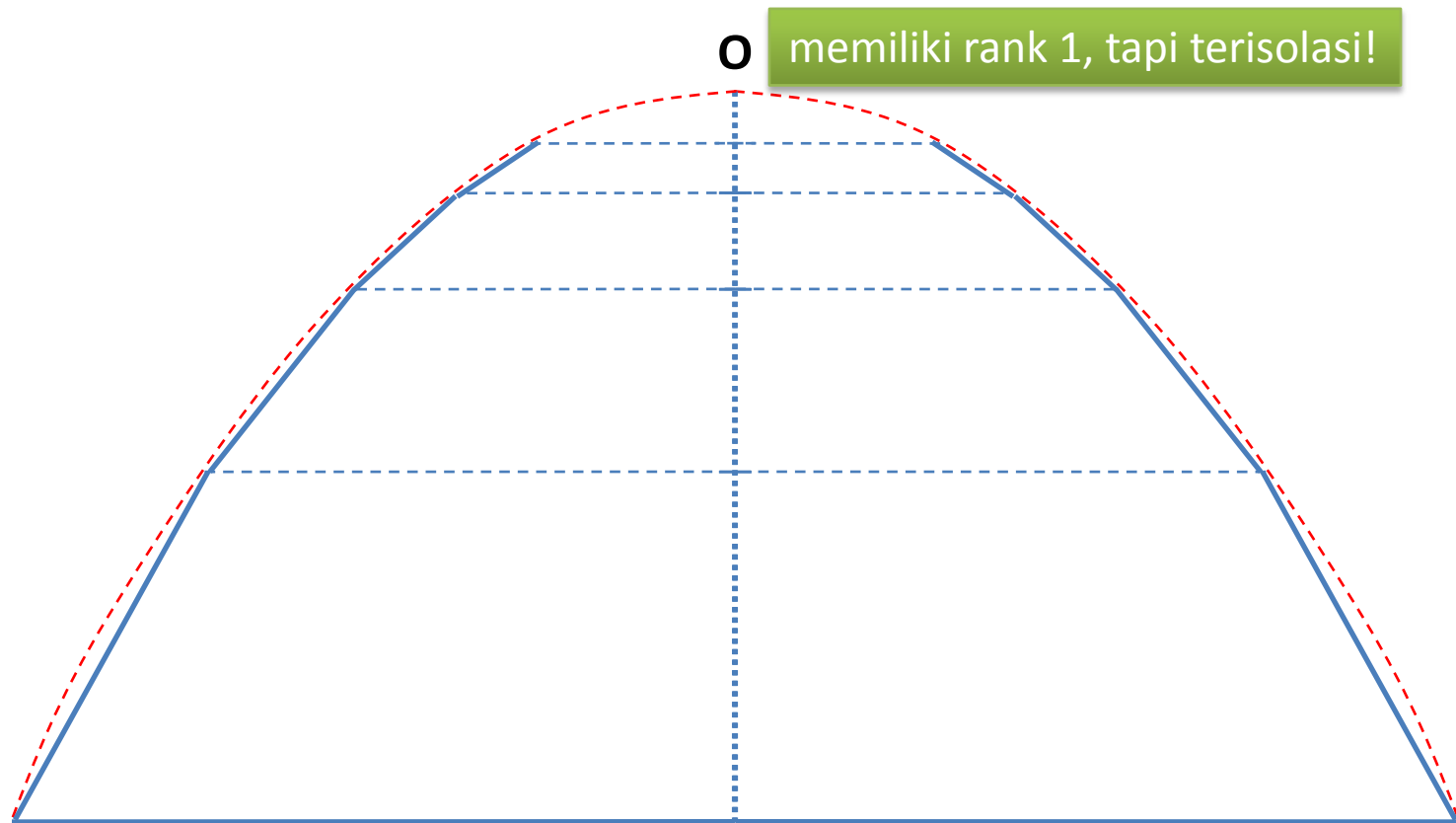
Ada dua kemungkinan utk titik yang memiliki rank 0: *atau* merupakan titik sudut, *atau* titik singular yang tidak membentuk sudut.



Bagaimana dengan Bangun Ini?

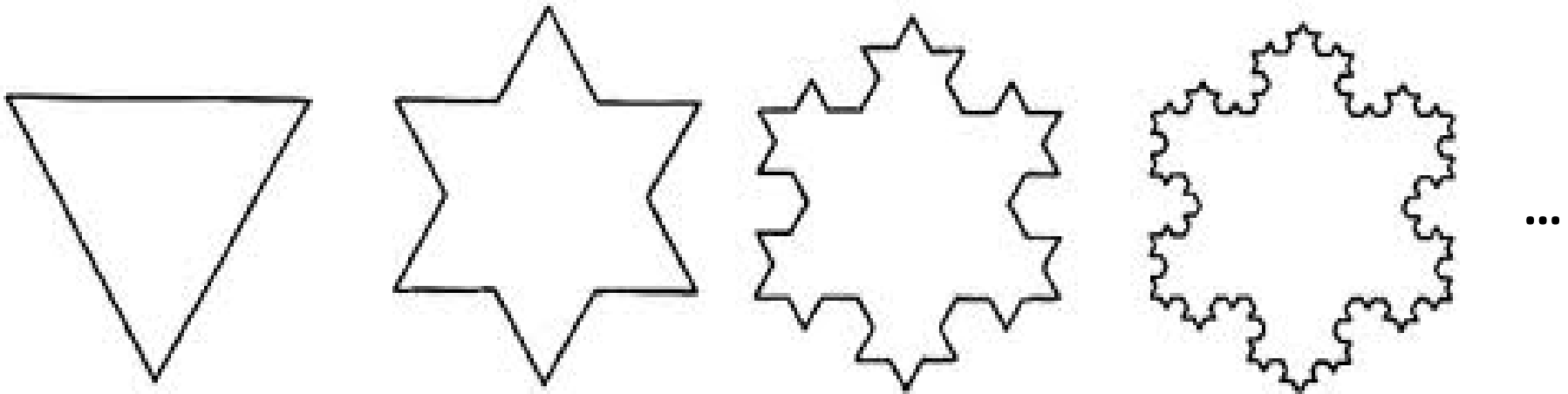


Kasus Menarik pada Segi Tak Terhingga





Serpihan Salju Koch



Pada Serpihan Salju Koch, setiap titik memiliki rank 0, tetapi bukan titik sudut! *Serpihan Salju Koch tidak mempunyai sisi maupun titik sudut!*



Georg Cantor:
*The essence of
mathematics is
its freedom!*

TERIMA KASIH ATAS PERHATIANNYA!

Materi presentasi ini dicuplik dan dikembangkan dari buku "*Lingkaran: Menguak Misteri Bilangan π , Bangun Datar dan Bangun Ruang Terkait dengan Lingkaran*" (Graha Ilmu, 2015)



*Istilah *Before Calculator* dan *After Decimals* digunakan oleh E. Bombieri & A.J. van der Poorten